nome e cognome:

matricola

Esercizio 1. (Punti 5) Una ricerca vuole stimare il peso medio dei cani di una certa razza. Per questo scopo si considera un campione casuale composto da 400 cani e si osserva che il peso medio del campione è 7.2 chili, con scarto quadratico medio campionario di 2 chili. Trovare intervalli di confidenza al 95%, al 99% e al 68% per il peso medio dei cani di quella razza (scrivere i valori degli estremi degli intervalli di confidenza con due cifre decimali).

intervallo di confidenza al 95%: [7, 7.4]

intervallo di confidenza al 99%: [6.94, 7.46]

intervallo di confidenza al 68%: [7.1, 7.3]

Esercizio 2. (Punti 7) Date le funzioni $f(x) = \frac{1}{x-5}$ e $g(x) = 2x^2 + 1$, determinare

- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = \frac{1}{2x^2 - 4}$
- il campo di esistenza di $f \circ g$: $\mathbb{R} - \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$
- l'espressione della funzione composta $(g \circ f)(x) = \frac{2}{(x-5)^2} + 1$
- il campo di esistenza di $g \circ f$: $\mathbb{R} - \{5\}$
- l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 1$: $y = -\frac{1}{16}(x-1) - \frac{1}{4}$
- il valore del limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)g(x) = +\infty$
- l'area della figura piana $A = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq g(x)\}$:

$$\text{area}(A) = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx = \frac{5}{3}$$

Esercizio 3. (Punti 4) *Lasciare i logaritmi indicati specificandone la base.*

1. Una popolazione cellulare è formata all'istante $t = 0$ da 2 cellule ed è caratterizzata da un tempo di raddoppio pari a $T = 6$ giorni.

Dopo quanto tempo la popolazione risulterà costituita da 200 cellule?

$$\text{giorni} = 6 \log_2 100$$

2. Qual è il tempo di raddoppio di una seconda popolazione cellulare che passa da 2 a 200 cellule in 6 giorni?

$$\text{tempo di raddoppio in giorni} = \frac{6}{\log_2 100}$$

Esercizio 4. (Punti 7) Si consideri la funzione

$$f(x) = -\ln(x^2 - 4x + 7).$$

- Determinare il campo di esistenza di f . Studiare il comportamento di f agli estremi del suo dominio di definizione.

campo di esistenza: $\mathbb{R}$

comportamento agli estremi: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

- Dopo aver calcolato la derivata di f , studiare la monotonia di f e determinare ascissa e ordinata degli eventuali punti di massimo e minimo relativo di f (lasciare i logaritmi indicati, cioè non calcolarli).

derivata: $f'(x) = -\frac{2x - 4}{x^2 - 4x + 7}$

crescente in: $(-\infty, 2)$

decescente in: $(2, +\infty)$

punti di minimo relativo: nessuno

punti di massimo relativo: $x = 2, y = -\ln 3$

Esercizio 5. (Punti 5) Un test diagnostico con sensibilità dell'80% e specificità del 60% viene messo a punto per diagnosticare una certa malattia. Quale è la prevalenza di tale malattia se il valore predittivo negativo è $\frac{9}{10}$? Si ricorda che il valore predittivo negativo è la probabilità di essere sani se si ha il test negativo (scrivere il risultato sotto forma di frazione con numeratore e denominatore interi).

$$\text{prevalenza} = \frac{1}{4}$$

Area sotto la curva normale standardizzata

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007