

nome e cognome:

matricola

Esercizio 1. (Punti 4) *Lasciare i logaritmi indicati specificandone la base.*

1. Una popolazione cellulare è formata all'istante $t = 0$ da 20 cellule ed è caratterizzata da un tempo di raddoppio pari a $T = 15$ giorni.

Dopo quanto tempo la popolazione risulterà costituita da 200 cellule?

$$\text{giorni} = 15 \log_2 10$$

2. Qual è il tempo di raddoppio di una seconda popolazione cellulare che passa da 20 a 200 cellule in 15 giorni?

$$\text{tempo di raddoppio in giorni} = \frac{15}{\log_2 10}$$

Esercizio 2. (Punti 5) Una ricerca vuole stimare il numero medio di ore di vita delle farfalle. Per questo scopo si considera un campione casuale composto da 64 farfalle e si osserva che il numero medio di ore di vita del campione è 52, con scarto quadratico medio campionario di 4 ore. Trovare intervalli di confidenza al 95%, al 99% e al 97% per il numero medio di ore di vita delle farfalle (scrivere i valori degli estremi degli intervalli di confidenza con due cifre decimali).

$$\text{intervallo di confidenza al 95\%: } [51, 53]$$

$$\text{intervallo di confidenza al 99\%: } [50.7, 53.3]$$

$$\text{intervallo di confidenza al 97\%: } [50.9, 53.1]$$

Esercizio 3. (Punti 7) Date le funzioni $f(x) = -\frac{1}{x-3}$ e $g(x) = x^2 + 2$, determinare

- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = -\frac{1}{x^2 - 1}$
- il campo di esistenza di $f \circ g$: $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$
- l'espressione della funzione composta $(g \circ f)(x) = \frac{1}{(x-3)^2} + 2$
- il campo di esistenza di $g \circ f$: $\mathbb{R} - \{3\}$
- l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 5$: $y = \frac{1}{4}(x - 5) - \frac{1}{2}$
- il valore del limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)g(x) = -\infty$
- l'area della figura piana $A = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq g(x)\}$:

$$\text{area}(A) = \int_0^2 (x^2 + 2) dx = \frac{20}{3}$$

Esercizio 4. (Punti 5) Un test diagnostico con sensibilità del 70% e specificità dell'80% viene messo a punto per diagnosticare una certa malattia. Quale è la prevalenza di tale malattia se il valore predittivo negativo è $\frac{4}{7}$? Si ricorda che il valore predittivo negativo è la probabilità di essere sani se si ha il test negativo (scrivere il risultato sotto forma di frazione con numeratore e denominatore interi).

$$\text{prevalenza} = \frac{2}{3}$$

Esercizio 5. (Punti 7) Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln(x^2 - 4x + 6).$$

- Determinare il campo di esistenza di f . Studiare il comportamento di f agli estremi del suo dominio di definizione.

campo di esistenza: $\mathbb{R}$

comportamento agli estremi: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

- Dopo aver calcolato la derivata di f , studiare la monotonia di f e determinare ascissa e ordinata degli eventuali punti di massimo e minimo relativo di f (lasciare i logaritmi indicati, cioè non calcolarli).

derivata: $f'(x) = \frac{2x - 4}{x^2 - 4x + 6}$

crescente in: $(2, +\infty)$

decrescente in: $(-\infty, 2)$

punti di minimo relativo: $x = 2, y = \ln 2$

punti di massimo relativo: nessuno

Area sotto la curva normale standardizzata

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007
