

nome e cognome:

matricola

Esercizio 1. (Punti 5) Una ricerca vuole stimare il numero medio di ore giornaliere di sonno dei gatti. Per questo scopo si considera un campione casuale composto da 225 gatti e si osserva che il numero medio di ore giornaliere di sonno del campione è 18.1, con scarto quadratico medio campionario di 1.5 ore. Trovare intervalli di confidenza al 95%, al 99% e al 45% per il numero medio di ore giornaliere di sonno dei gatti (scrivere i valori degli estremi degli intervalli di confidenza con due cifre decimali).

intervallo di confidenza al 95%: [17.9, 18.3]

intervallo di confidenza al 99%: [17.84, 18.36]

intervallo di confidenza al 45%: [18.04, 18.16]

Esercizio 2. (Punti 7) Si consideri la funzione

$$f(x) = -\ln(x^2 - 2x + 4).$$

- Determinare il campo di esistenza di f . Studiare il comportamento di f agli estremi del suo dominio di definizione.

campo di esistenza: \mathbb{R}

comportamento agli estremi: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

- Dopo aver calcolato la derivata di f , studiare la monotonia di f e determinare ascissa e ordinata degli eventuali punti di massimo e minimo relativo di f (lasciare i logaritmi indicati, cioè non calcolarli).

derivata: $f'(x) = -\frac{2x - 2}{x^2 - 2x + 4}$

crescente in: $(-\infty, 1)$

decescente in: $(1, +\infty)$

punti di minimo relativo: nessuno

punti di massimo relativo: $x = 1, y = -\ln 3$

Esercizio 3. (Punti 4) *Lasciare i logaritmi indicati specificandone la base.*

1. Una popolazione cellulare è formata all'istante $t = 0$ da 3 cellule ed è caratterizzata da un tempo di raddoppio pari a $T = 10$ giorni.

Dopo quanto tempo la popolazione risulterà costituita da 60 cellule?

giorni = $10 \log_2 20$

2. Qual è il tempo di raddoppio di una seconda popolazione cellulare che passa da 3 a 60 cellule in 10 giorni?

tempo di raddoppio in giorni = $\frac{10}{\log_2 20}$

Esercizio 4. (Punti 7) Date le funzioni $f(x) = \frac{1}{x-4}$ e $g(x) = x^2 + 2$, determinare

- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = \frac{1}{x^2 - 2}$
- il campo di esistenza di $f \circ g$: $\mathbb{R} - \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$
- l'espressione della funzione composta $(g \circ f)(x) = \frac{1}{(x-4)^2} + 2$
- il campo di esistenza di $g \circ f$: $\mathbb{R} - \{4\}$
- l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 6$: $y = -\frac{1}{4}(x-6) + \frac{1}{2}$
- il valore del limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)g(x) = +\infty$
- l'area della figura piana $A = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq g(x)\}$:

$$\text{area}(A) = \int_1^2 (x^2 + 2) dx = \frac{13}{3}$$

Esercizio 5. (Punti 5) Un test diagnostico con sensibilità dell'80% e specificità del 90% viene messo a punto per diagnosticare una certa malattia. Quale è la prevalenza di tale malattia se il valore predittivo positivo è $\frac{2}{3}$? Si ricorda che il valore predittivo positivo è la probabilità di essere malati se si ha il test positivo (scrivere il risultato sotto forma di frazione con numeratore e denominatore interi).

$$\text{prevalenza} = \frac{1}{5}$$

Area sotto la curva normale standardizzata

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007
