

nome e cognome:

matricola

Esercizio 1. (Punti 7) Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln(x^2 - 2x + 3).$$

- Determinare il campo di esistenza di f . Studiare il comportamento di f agli estremi del suo dominio di definizione.

campo di esistenza: $\mathbb{R}$

comportamento agli estremi: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

- Dopo aver calcolato la derivata di f , studiare la monotonia di f e determinare ascissa e ordinata degli eventuali punti di massimo e minimo relativo di f (lasciare i logaritmi indicati, cioè non calcolarli).

derivata: $f'(x) = \frac{2x - 2}{x^2 - 2x + 3}$

crescente in: $(1, +\infty)$

decrescente in: $(-\infty, 1)$

punti di minimo relativo: $x = 1, y = \ln 2$

punti di massimo relativo: nessuno

Esercizio 2. (Punti 5) Una ricerca vuole stimare il numero medio di ore giornaliere di sonno dei lattanti. Per questo scopo si considera un campione casuale composto da 400 lattanti e si osserva che il numero medio di ore giornaliere di sonno del campione è 16.2, con scarto quadratico medio campionario di 3 ore. Trovare intervalli di confidenza al 95%, al 99% e al 68% per il numero medio di ore giornaliere di sonno dei lattanti (scrivere i valori degli estremi degli intervalli di confidenza con due cifre decimali).

intervallo di confidenza al 95%: $[15.9, 16.5]$

intervallo di confidenza al 99%: $[15.81, 16.59]$

intervallo di confidenza al 68%: $[16.05, 16.35]$

Esercizio 3. (Punti 4) Lasciare i logaritmi indicati specificandone la base.

1. Una popolazione cellulare è formata all'istante $t = 0$ da 100 cellule ed è caratterizzata da un tempo di raddoppio pari a $T = 2$ giorni.

Dopo quanto tempo la popolazione risulterà costituita da 5000 cellule?

$$\text{giorni} = 2 \log_2 50$$

2. Qual è il tempo di raddoppio di una seconda popolazione cellulare che passa da 100 a 5000 cellule in 50 giorni?

$$\text{tempo di raddoppio in giorni} = \frac{50}{\log_2 50}$$

Esercizio 4. (Punti 5) Un test diagnostico con sensibilità dell'80% e specificità del 70% viene messo a punto per diagnosticare una certa malattia. Quale è la prevalenza di tale malattia se il valore predittivo positivo è $\frac{3}{5}$? Si ricorda che il valore predittivo positivo è la probabilità di essere ammalati se si ha il test positivo (scrivere il risultato sotto forma di frazione con numeratore e denominatore interi).

$$\text{prevalenza} = \frac{9}{25}$$

Esercizio 5. (Punti 7) Date le funzioni $f(x) = -\frac{1}{x-2}$ e $g(x) = 2x^2 + 1$, determinare

- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = -\frac{1}{2x^2 - 1}$
- il campo di esistenza di $f \circ g: \mathbb{R} - \{-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\}$
- l'espressione della funzione composta $(g \circ f)(x) = \frac{2}{(x-2)^2} + 1$
- il campo di esistenza di $g \circ f: \mathbb{R} - \{2\}$
- l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 4$: $y = \frac{1}{4}(x-4) - \frac{1}{2}$
- il valore del limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)g(x) = -\infty$
- l'area della figura piana $A = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq g(x)\}$:

$$\text{area}(A) = \int_1^2 (2x^2 + 1) dx = \frac{17}{3}$$

Area sotto la curva normale standardizzata

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007
