

Analisi Statistica dei Dati: foglio di lavoro su modelli annidati e superficie di verosimiglianza

Luca La Rocca

27 novembre 2018

Example 5.9

1. Leggete i dati presentati nella sezione 1.1.8 del testo di riferimento dal file `dataSurvival.csv` in un data frame denominato `survData`.
2. Basandovi sui dati $x_{1:n}^\bullet$ e $d_{1:n}^\bullet$ in `survData`, calcolate la stima di massima verosimiglianza $\hat{\mu}_0^\bullet = x_+^\bullet/d_+^\bullet$ per il parametro di scala $\mu = 1/\lambda$ del modello esponenziale con osservazioni i.i.d., dove $x_+^\bullet = \sum_{i=1}^n x_i^\bullet$ e $d_+^\bullet = \sum_{i=1}^n d_i^\bullet$.
3. Avvalendovi delle funzioni `dweibull` e `pweibull`, scrivete una funzione `logLik` che prenda in input due vettori `alpha` e `mu` e restituisca in output la log-verosimiglianza del modello di Weibull con osservazioni i.i.d. basata su `survData`; fate in modo che `logLik` risulti vettorizzata sia rispetto ad `alpha` (parametro di forma) che rispetto a `mu` (parametro di scala).
4. Avvalendovi della funzione `logLik`, scrivete una funzione `logLikAux` che prenda in input un vettore `theta` di lunghezza due e restituisca in output la log-verosimiglianza del modello di Weibull con osservazioni i.i.d. basata su `survData` e sul cambio di parametrizzazione $\theta_1 = \log \alpha$ e $\theta_2 = \log \mu$.
5. Usate la funzione `optim` per calcolare numericamente le stime di massima verosimiglianza $\hat{\theta}_1^\bullet$ e $\hat{\theta}_2^\bullet$, assieme ai corrispondenti errori standard asintotici se_1^\bullet e se_2^\bullet basati sull'inversa della matrice di informazione osservata, quindi ricavate le stime di massima verosimiglianza $\hat{\alpha}^\bullet$ e $\hat{\mu}^\bullet$ e i corrispondenti errori standard asintotici se_A^\bullet e se_M^\bullet (basati su $d\theta_1 = d\alpha/\alpha$ e $d\theta_2 = d\mu/\mu$).
6. Calcolate la sopravvivenza media stimata $\mathbb{E}_{\hat{\alpha}^\bullet, \hat{\mu}^\bullet}(X) = \hat{\mu}^\bullet \Gamma(1 + 1/\hat{\alpha}^\bullet)$ nel modello di Weibull e confrontatela col valore $\hat{\mu}_0^\bullet$ nel modello esponenziale.
7. Aiutandovi con la funzione `outer`, rappresentate graficamente la superficie di log-verosimiglianza relativa nel modello di Weibull, prima con la funzione `contour` e poi con la funzione `persp`, per $\alpha \in [0.5, 2]$ e $\mu \in [500, 5500]$
8. L'ipotesi $\alpha = 1$ (modello esponenziale) è supportata dai dati?

Testo di riferimento

L. Held & D. Sabanés Bové. *Applied Statistical Inference*. Springer, 2014.