

# Analisi Statistica dei Dati: foglio di lavoro su verosimiglianza relativa e insiemi verosimili

Luca La Rocca

9 ottobre 2018

## Example 2.8

1. Leggete i dati presentati nella sezione 1.1.8 del testo di riferimento, usando la funzione `read.csv2`, dal file `dataSurvival.csv` e salvateli in un data frame denominato `survData`.
2. Scrivete una funzione `logRelLik` che prenda come argomenti un vettore `lambda` e due scalari `xPlus` e `dPlus` e restituisca in output un vettore contenente i corrispondenti valori della *log-verosimiglianza relativa* per il modello esponenziale con possibile censura a destra:

$$\tilde{\ell}(\lambda; x_+, d_+) = d_+ \left\{ \log \left( \frac{x_+}{d_+} \lambda \right) - \left( \frac{x_+}{d_+} \lambda - 1 \right) \right\}, \quad \lambda > 0,$$

dove  $x_+ = \sum_{i=1}^n x_i$  è il tempo totale (trascorso) e  $d_+ = \sum_{i=1}^n d_i$  è il numero di tempi non censurati (eventi).

3. Calcolate, per i dati salvati in `survData`, il tempo totale osservato  $x_+^\bullet$  e il numero di eventi osservato  $d_+^\bullet$ , salvandoli in `totTime` e `nEvents`.
4. Calcolate la stima di massima verosimiglianza  $\hat{\lambda}^\bullet = d_+^\bullet / x_+^\bullet$  e l'informazione di Fisher osservata  $\hat{i}^\bullet = x_+^{\bullet 2} / d_+$ , salvandole in `lambdaHat` e `iHat`.
5. Individuate un intervallo di valori interessanti per il parametro  $\lambda$  (intensità in eventi/giorno) del modello esponenziale, definendo `lambdaMin` come  $\hat{\lambda}^\bullet - 4/\sqrt{\hat{i}^\bullet}$  e `lambdaMax` come  $\hat{\lambda}^\bullet + 4/\sqrt{\hat{i}^\bullet}$ , quindi costruendo, con la funzione `seq`, una sequenza `lamdaSeq` di 100 valori equispaziati.
6. Tracciate, usando la funzione `plot`, un grafico della log-verosimiglianza al punto 2, avendo cura di rifinirne i dettagli.
7. Individuate l'*intervallo verosimile*  $[\lambda_1^\bullet, \lambda_2^\bullet] = \{\lambda > 0 \mid \tilde{L}^\bullet(\lambda) \geq 1/10\}$ , usando la funzione `uniroot` per risolvere l'equazione  $\tilde{\ell}^\bullet(\lambda) + \log(10) = 0$ , quindi rappresentatelo, assieme a  $\hat{\lambda}^\bullet$ , nel grafico al punto 6.

## Testo di riferimento

L. Held & D. Sabanés Bové. *Applied Statistical Inference*. Springer, 2014.