

Analisi Statistica dei Dati: foglio di lavoro su massima verosimiglianza numerica e adattamento

Luca La Rocca

16 ottobre 2018

Example 2.12

1. Create un vettore numerico `countData` contenente i dati z^\bullet presentati nella sezione 1.1.5 del testo di riferimento e verificate che z^\bullet ha lunghezza $N = 6$, mentre la somma delle sue componenti vale $n = 196$; visualizzate questa informazione nella console di R.
2. Scrivete una funzione `logLik` che, prendendo come argomenti un vettore `pi` di valori del parametro e un vettore `z` contenente i dati osservati, restituisca in output il vettore dei corrispondenti valori del seguente nucleo di log-verosimiglianza (modello binomiale troncato):

$$\ell(\pi; z) \triangleq -n \log \{1 - (1 - \pi)^N\} + \sum_{k=1}^N z_k \{k \log \pi + (N - k) \log(1 - \pi)\},$$

$$\pi \in]0, 1[, \text{ dove } z = (z_1, z_2, \dots, z_N) \text{ e } n = \sum_{k=1}^N z_k.$$

3. Massimizzate numericamente la log-verosimiglianza al punto 2, per i dati al punto 1, usando la funzione `optim` e salvandone l'output in `piHat`.
4. Visualizzate nella console di R la stima di massima verosimiglianza $\hat{\pi}^\bullet$ e la sua misura di incertezza $1/\sqrt{\hat{i}^\bullet}$, dove \hat{i}^\bullet è l'informazione di Fisher osservata.
5. Stimate il conteggio mancante come $\hat{z}_0^\bullet = n\hat{\xi}^\bullet/(1-\hat{\xi}^\bullet)$, con $\hat{\xi}^\bullet = (1-\hat{\pi}^\bullet)^N$, salvando il risultato in `countZeroHat`.
6. Stimate i conteggi attesi come $\hat{z}_k^\bullet = n \binom{N}{k} \hat{\pi}^{\bullet k} (1 - \hat{\pi}^\bullet)^{N-k} / \{1 - (1 - \hat{\pi}^\bullet)^N\}$, $k = 1, 2, \dots, N$, salvandoli nella prima riga di una matrice `countMatrix` che contenga nella seconda riga i conteggi osservati e abbia i) "Expected" e "Observed" come nomi di riga ii) i numeri da 1 a N come nomi di colonna.
7. Realizzate, con la funzione `barplot`, un grafico che vi permetta di valutare la bontà di adattamento del modello binomiale troncato ai dati osservati.

Testo di riferimento

L. Held & D. Sabanés Bové. *Applied Statistical Inference*. Springer, 2014.