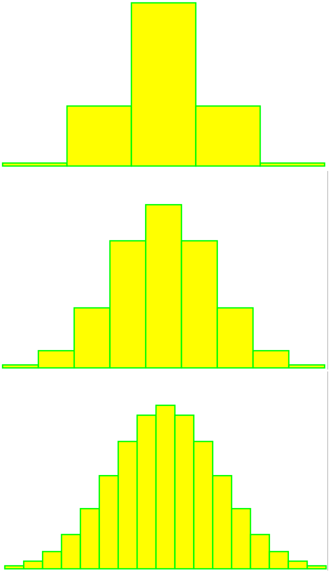
Distribuzione normale

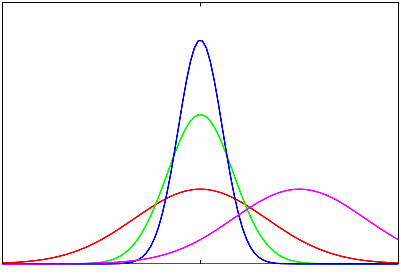


- istogramma delle frequenze di un insieme di misure relative a una grandezza che varia con continuità
- popolazione molto numerosa, costituita da una quantità praticamente illimitata di individui (popolazione infinita)
- area dell'istogramma uguale a 1 (normalizzata)
- aumentando il numero di intervallini $n = 5, 9, 17, \ldots$ l'istogramma tende a stabilizzarsi intorno a una forma limite: la curva di distribuzione delle frequenze
- nel caso in figura: $y = ae^{-b(x-c)^2}$ distribuzione normale o gaussiana

Distribuzione normale

Curve Gaussiane

$$y = ae^{-b(x-c)^2}$$



Se la distribuzione è di tipo gaussiano con

- *media aritmetica* μ
- *deviazione standard* σ

i parametri a, b e c sono dati da

$$a = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \quad b = \frac{1}{2\sigma^2} \quad c = \mu$$

La corrispondente curva normale è

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

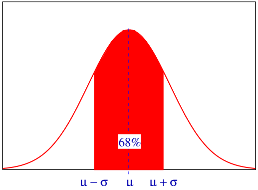
Si chiama curva normale standardizzata la curva normale corrispondente a $\mu = 0$ e $\sigma = 1$, data da

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{x^2}{2}}$$

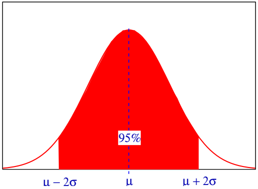
Distribuzione normale

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	$0,5$
$0,2$	$0,1586$	$0,8414$	$0,4207$
$0,4$	$0,3108$	$0,6892$	$0,3446$
$0,6$	$0,4514$	$0,5486$	$0,2743$
$0,8$	$0,5762$	$0,4238$	$0,2119$
1	$0,6826$	$0,3174$	$0,1587$
$1,2$	$0,7698$	$0,2302$	$0,1151$
$1,4$	$0,8384$	$0,1616$	$0,0808$
$1,6$	$0,8904$	$0,1096$	$0,0548$
$1,8$	$0,9282$	$0,0718$	$0,0359$
2	$0,9544$	$0,0456$	$0,0228$
$2,2$	$0,9722$	$0,0278$	$0,0139$
$2,4$	$0,9836$	$0,0164$	$0,0082$
$2,6$	$0,9906$	$0,0094$	$0,0047$
$2,8$	$0,9950$	$0,0050$	$0,0025$
3	$0,9974$	$0,0026$	$0,0013$
$3,2$	$0,9986$	$0,0014$	$0,0007$

Fissati due valori x_0, x_1 sull'asse delle ascisse, l'area sottesa dal grafico sull'intervallo $[x_0, x_1]$ rappresenta la porzione di misure che cadono nell'intervallo considerato.



Nell'intervallo $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$ cade circa il 68% delle misure



Nell'intervallo $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$ cade circa il 95% delle misure

Esercizio 1. Supponendo che la distribuzione dei pesi degli individui di una popolazione sia gaussiana con media $\mu = 61\,\mathrm{Kg}$ e deviazione standard *(scarto quadratico medio)* $\sigma = 5\,\mathrm{Kg}$,

(a) scrivere l'equazione della gaussiana relativa ai pesi di tale popolazione;

(b) calcolare la percentuale di individui il cui peso è compreso tra 59 Kg e 63 Kg.

Esercizio 2. Le altezze h di un gruppo di reclute sono distribuite con buona approssimazione secondo una curva gaussiana con media $\mu = 170\,\mathrm{cm}$ e deviazione standard *(scarto quadratico)* $\sigma = 5\,\mathrm{cm}$. Le divise sono disponibili in 5 taglie:

- per individui di altezza $\leq 161\,\mathrm{cm}$
- per individui di altezza compresa tra 161 e $167\,\mathrm{cm}$
- per individui di altezza compresa tra 167 e $173\,\mathrm{cm}$
- per individui di altezza compresa tra 173 e $179\,\mathrm{cm}$
- per individui di altezza $> 179\,\mathrm{cm}$.

Stimare il numero delle divise delle varie taglie sapendo che le reclute sono 750.

Soluzione: si tratta di stimare la percentuale di reclute che cade in ciascuna delle quattro differenti classi di altezza:

- per $h \leq 161 \;=\; 170 - 1.8\,\sigma \;\Rightarrow\;$ 3.6% (27 reclute)
- per $161 < h \leq 167 \;\Rightarrow\; h \in (170 - 1.8\,\sigma\,,\, 170 - 0.6\,\sigma] \;\Rightarrow\;$ 23.8% ($\simeq$179 reclute)
- per $167 < h \leq 173 \;\Rightarrow\; h \in (170 - 0.6\,\sigma\,,\, 170 + 0.6\,\sigma] \;\Rightarrow\;$ 45.1% ($\simeq$ 338 reclute)
- per $173 < h \leq 179 \;\Rightarrow\; h \in (170 + 0.6\,\sigma\,,\, 170 + 1.8\,\sigma] \;\Rightarrow\;$ 23.8% ($\simeq$179 reclute)
- per $h > 179 \;=\; 170 + 1.8\,\sigma \;\Rightarrow\;$ 3.6% (27 reclute)

Tabella curva gaussiana

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	$0,5$
$0,2$	$0,1586$	$0,8414$	$0,4207$
$0,4$	$0,3108$	$0,6892$	$0,3446$
$0,6$	$0,4514$	$0,5486$	$0,2743$
$0,8$	$0,5762$	$0,4238$	$0,2119$
1	$0,6826$	$0,3174$	$0,1587$
$1,2$	$0,7698$	$0,2302$	$0,1151$
$1,4$	$0,8384$	$0,1616$	$0,0808$
$1,6$	$0,8904$	$0,1096$	$0,0548$
$1,8$	$0,9282$	$0,0718$	$0,0359$
2	$0,9544$	$0,0456$	$0,0228$
$2,2$	$0,9722$	$0,0278$	$0,0139$
$2,4$	$0,9836$	$0,0164$	$0,0082$
$2,6$	$0,9906$	$0,0094$	$0,0047$
$2,8$	$0,9950$	$0,0050$	$0,0025$
3	$0,9974$	$0,0026$	$0,0013$
$3,2$	$0,9986$	$0,0014$	$0,0007$

Tabella curva gaussiana

aree sottese dalla curva gaussiana sull'intervallo [μ , μ + z σ]

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,10	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,20	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,30	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,40	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,50	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,60	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,70	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,80	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,90	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,00	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,10	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,20	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,30	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,40	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,50	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,60	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,70	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,80	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,90	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,00	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,10	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,20	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,30	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,40	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,50	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,60	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,70	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,80	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,90	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,00	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990

Esercizio 3. Il diametro di certe biglie di acciaio segue una distribuzione gaussiana di media $\mu = 6.2$mm e deviazione standard $\sigma = 0.05$mm. Dire quale è la percentuale di biglie con diametro compreso tra 6.3mm e 6.35mm.

Esercizio 3. Il diametro di certe biglie di acciaio segue una distribuzione gaussiana di media $\mu = 6.2$mm e deviazione standard $\sigma = 0.05$mm. Dire quale è la percentuale di biglie con diametro compreso tra 6.3mm e 6.35mm.

Soluzione: $[6.3\,,\,6.35] = [\mu + 2\sigma, \mu + 3\sigma] \;\Rightarrow\; 2.15\%$

Distribuzione normale – Esercizi

Esercizio 4. Sapendo che una certa famiglia di dati segue una distribuzione gaussiana di media $\mu = 8$ e deviazione standard $\sigma = 5$, determinare:

(a) la percentuale di dati che cadono fuori dall'intervallo $[-2, 18]$;

(b) la percentuale di dati che cadono nell'intervallo $[3, 18]$;

(c) la percentuale di dati maggiori di 10;

(d) la percentuale di dati maggiori di 3.

Esercizio 4. Sapendo che una certa famiglia di dati segue una distribuzione gaussiana di media $\mu = 8$ e deviazione standard $\sigma = 5$, determinare:

(a) la percentuale di dati che cadono fuori dall'intervallo $[-2, 18]$;

(b) la percentuale di dati che cadono nell'intervallo $[3, 18]$;

(c) la percentuale di dati maggiori di 10;

(d) la percentuale di dati maggiori di 3.

Soluzione: **(a)** 4.56% **(b)** 81.85% **(c)** 34.46% **(d)** 84.13%

Teorema del Limite Centrale

Problema. Determinare come la media campionaria $\overline{x}$ e la deviazione standard campionaria s misurano la media μ e la deviazione standard σ della popolazione.
È data una popolazione numerica di media μ e deviazione standard σ. Da essa estraiamo dei campioni casuali $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$, ..., $\mathcal{C}_i$, ..., ciascuno formato da n individui, con $n > 30$. Possiamo calcolare la media campionaria $\overline{x}_i$ di ciascun campione $\mathcal{C}_i$ ed ottenere così un nuovo insieme numerico, quello delle medie campionarie.
Come si distribuiscono le medie campionarie?
Manifestano una tendenza in un certo senso *universale*, seguendo una *legge generale*, oppure il loro comportamento dipende dalla distribuzione della popolazione?

Teorema del Limite Centrale

Teorema. Sia data una popolazione numerica infinita di media μ e deviazione standard σ da cui vengono estratti dei campioni casuali formati ciascuno da n individui, con n abbastanza grande. La distribuzione delle medie campionarie è vicina a una distribuzione gaussiana

di media $\mu_{\overline{x}} = \mu$ e deviazione standard $\sigma_{\overline{x}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

In altre parole, anche in una popolazione che non segue il modello gaussiano, le medie campionarie, se calcolate su campioni abbastanza grandi, tendono a distribuirsi secondo una legge gaussiana.

Tabella curva gaussiana

aree sottese dalla curva gaussiana sull'intervallo [μ , μ + z σ]

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,10	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,20	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,30	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,40	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,50	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,60	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,70	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,80	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,90	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,00	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,10	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,20	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,30	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,40	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,50	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,60	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,70	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,80	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,90	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,00	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,10	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,20	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,30	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,40	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,50	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,60	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,70	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,80	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,90	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,00	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990

Intervalli di confidenza

Come si utilizza il teorema del limite centrale?

Supponiamo di avere un campione casuale abbastanza grande.

Calcoliamo la *media campionaria* $\overline{x}$.

La distribuzione delle medie campionarie è gaussiana, quindi:

- il 99% dei dati cade nell'intervallo $[\mu - 2.58\,\sigma_{\overline{x}}\,,\ \mu + 2.58\,\sigma_{\overline{x}}]$, cioè per il 99% dei campioni:

$$\mu - 2.58\,\sigma_{\overline{x}} \le \overline{x} \le \mu + 2.58\,\sigma_{\overline{x}}$$

- il 95% dei dati cade nell'intervallo $[\mu - 1.96\,\sigma_{\overline{x}}\,,\ \mu + 1.96\,\sigma_{\overline{x}}]$, cioè per il 95% dei campioni:

$$\mu - 1.96\,\sigma_{\overline{x}} \le \overline{x} \le \mu + 1.96\,\sigma_{\overline{x}}$$

- ...

Intervalli di confidenza

Lette in termini di μ, le disuguaglianze precedenti definiscono gli intervalli di confidenza per la media μ della popolazione:

- intervallo di confidenza al 99%: $\overline{x} - 2.58\,\sigma_{\overline{x}} \leq \mu \leq \overline{x} + 2.58\,\sigma_{\overline{x}}$
- intervallo di confidenza al 95%: $\overline{x} - 1.96\,\sigma_{\overline{x}} \leq \mu \leq \overline{x} + 1.96\,\sigma_{\overline{x}}$
- ...

L'ampiezza degli intervalli di confidenza è espressa in funzione di

$$\sigma_{\overline{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

che dipende dalla deviazione standard, incognita, della popolazione.

Intervalli di confidenza

Si può dimostrare che la *deviazione standard campionaria*

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

approssima bene la deviazione standard σ della popolazione.
Quindi, possiamo scrivere gli intervalli di confidenza nella forma:

- al 99%, $\overline{x} - 2.58 \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \overline{x} + 2.58 \frac{s}{\sqrt{n}}$
- al 95%, $\overline{x} - 1.96 \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \overline{x} + 1.96 \frac{s}{\sqrt{n}}$
- ...

che dipende solo dai dati campionari ($\overline{x}$, s, n).

Esercizi

Esercizio 1. Si vuole stimare l'età media degli utenti di una biblioteca civica. A questo scopo si seleziona un campione casuale composto da $n = 100$ persone avente media $\overline{x} = 29$ anni e deviazione standard $s = 8$ anni. Trovare intervalli di confidenza per l'età media μ al 95% ed al 99%. Scrivere i risultati arrotondati alla seconda cifra decimale.

Esercizi

Soluzione: poiché il campione è composto da $n = 100 > 30$ individui, possiamo applicare il teorema del limite centrale.

- Nel 95% dei casi la media μ appartiene all'intervallo

$$29 - 1.96 \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq 29 + 1.96 \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

  Inserendo i dati, concludiamo che $27.43 \leq \mu \leq 30.57$ con un grado di fiducia pari al 95%.

- Nel 99% dei casi la media μ appartiene all'intervallo

$$29 - 2.58 \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq 29 + 2.58 \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

  Inserendo i dati, concludiamo che $26.94 \leq \mu \leq 31.06$ con un grado di fiducia pari al 99%.

Esercizio 2. Nell'esercizio precedente si supponga che i dati $\overline{x} = 29$ anni e deviazione standard $s = 8$ anni siano stati ottenuti da un campione casuale composto da $n = 400$ persone. Trovare i nuovi intervalli di confidenza per l'età media μ al 95% ed al 99%.

Esercizi

Soluzione: l'unico cambiamento riguarda il fatto che

$$\frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}.$$

L'intervallo di confidenza al 95% è $28.22 \leq \mu \leq 29.78$.
L'intervallo di confidenza al 99% è $27.97 \leq \mu \leq 30.03$.
Rispetto all'esercizio precedente gli intervalli si sono ridotti di ampiezza, dunque la stima è più precisa. Il maggior grado di precisione è dovuto al fatto che i dati provengono da un campione più ampio.

Esercizio 3. Si vuole stimare l'età media μ di una popolazione di pazienti affetti da una certa malattia. Su un campione casuale composto da 576 pazienti affetti dalla malattia risulta un'età media $\bar{x} = 12$ anni e una deviazione standard campionaria $s = 4$ anni. Trovare l'intervallo di confidenza all'89% per l'età media μ dei malati.

Come cambia la stima se gli stessi dati $\bar{x}, s$ sono ottenuti a partire da un campione composto da 900 pazienti?

Esercizio 3. Si vuole stimare l'età media μ di una popolazione di pazienti affetti da una certa malattia. Su un campione casuale composto da 576 pazienti affetti dalla malattia risulta un'età media $\bar{x} = 12$ anni e una deviazione standard campionaria $s = 4$ anni. Trovare l'intervallo di confidenza all'89% per l'età media μ dei malati.

Soluzione: $$\left[12 - 1.6 \cdot \frac{4}{\sqrt{576}}\,,\, 12 + 1.6 \cdot \frac{4}{\sqrt{576}}\right] \cong [11.73, 12.27]$$

Come cambia la stima se gli stessi dati $\bar{x}, s$ sono ottenuti a partire da un campione composto da 900 pazienti?

Esercizi

Esercizio 3. Si vuole stimare l'età media μ di una popolazione di pazienti affetti da una certa malattia. Su un campione casuale composto da 576 pazienti affetti dalla malattia risulta un'età media $\bar{x} = 12$ anni e una deviazione standard campionaria $s = 4$ anni. Trovare l'intervallo di confidenza all'89% per l'età media μ dei malati.

Soluzione: $$\left[12 - 1.6 \cdot \frac{4}{\sqrt{576}}\,,\, 12 + 1.6 \cdot \frac{4}{\sqrt{576}}\right] \cong [11.73, 12.27]$$

Come cambia la stima se gli stessi dati $\bar{x}, s$ sono ottenuti a partire da un campione composto da 900 pazienti?

Soluzione: $$\left[12 - 1.6 \cdot \frac{4}{\sqrt{900}}\,,\, 12 + 1.6 \cdot \frac{4}{\sqrt{900}}\right] \cong [11.79, 12.21]$$

Tabella curva gaussiana

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	$0,5$
$0,2$	$0,1586$	$0,8414$	$0,4207$
$0,4$	$0,3108$	$0,6892$	$0,3446$
$0,6$	$0,4514$	$0,5486$	$0,2743$
$0,8$	$0,5762$	$0,4238$	$0,2119$
1	$0,6826$	$0,3174$	$0,1587$
$1,2$	$0,7698$	$0,2302$	$0,1151$
$1,4$	$0,8384$	$0,1616$	$0,0808$
$1,6$	$0,8904$	$0,1096$	$0,0548$
$1,8$	$0,9282$	$0,0718$	$0,0359$
2	$0,9544$	$0,0456$	$0,0228$
$2,2$	$0,9722$	$0,0278$	$0,0139$
$2,4$	$0,9836$	$0,0164$	$0,0082$
$2,6$	$0,9906$	$0,0094$	$0,0047$
$2,8$	$0,9950$	$0,0050$	$0,0025$
3	$0,9974$	$0,0026$	$0,0013$
$3,2$	$0,9986$	$0,0014$	$0,0007$