Esercizio 1 – Una popolazione cellulare è formata ad un certo istante da N_0 individui ed è caratterizzata da un tempo di raddoppio pari a 30 giorni.

A. Dopo quanto tempo la popolazione risulterà composta da $15 \cdot N_0$ individui ?

B. Qual è il tempo di raddoppio di una seconda popolazione che passa da N_0 a $15 \cdot N_0$ individui in 30 giorni ?

Soluzione A :

La legge di crescita della popolazione è data da

$$N(t) = N_0 \cdot 2^t$$

$N(t)$ rappresenta il numero di cellule dopo t tempi di raddoppio.

Devo determinare il tempo t tale che

$$N(t) = N_0 \cdot 2^t = 15 \cdot N_0$$

da cui segue

$$2^t = 15 \quad \Rightarrow \quad t = \log_2 15 \quad \text{tempi di raddoppio}$$

che sono $30 \cdot \log_2 15$ giorni.

Soluzione B :

La legge di crescita è sempre della forma $N(t) = N_0 \cdot 2^t$. Il numero di cellule diventa $15 \cdot N_0$, come nel punto precedente, dopo

$$t = \log_2 15 \quad \text{tempi di raddoppio}$$

Indicando con τ il tempo di raddoppio, dalle ipotesi del problema segue:

$$\tau \cdot \log_2 15 = 30 \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{30}{\log_2 15}$$

Esercizio 2 – Un materiale radioattivo è caratterizzato da un tempo di dimezzamento pari a 50 anni.

A. Dopo quanto tempo un campione di tale materiale si sarà ridotto del 30% ?

B. Qual è il tempo di dimezzamento di un secondo campione che si riduce del 30% in 100 anni ?

Soluzione A :

La legge di decadimento è data da

$$K(t) = K_0 \cdot \frac{1}{2^t}$$

Devo determinare il tempo t necessario affinché il materiale si riduca del 30%, ovvero si riduca al 70% della quantità iniziale, quindi:

$$K_0 \cdot \frac{1}{2^t} = \frac{70}{100} \cdot K_0 \Rightarrow 2^t = \frac{10}{7} \Rightarrow t = \log_2 \frac{10}{7} \quad \text{tempi di dimezzamento}$$

ovvero: $50 \cdot \log_2 \frac{10}{7}$ anni.

Soluzione B :

come nell'esercizio precedente si avrà: $\tau = \frac{50}{\log_2 \frac{10}{7}}$.

Esercizio 3 – Un materiale radioattivo è caratterizzato da un tempo di dimezzamento pari a 200 anni.

Dopo quanto tempo un campione di tale materiale si sarà ridotto del 10% ? $\left[200 \cdot \log_2 \frac{10}{9} \right]$

Qual è il tempo di dimezzamento di un materiale che si riduce del 10% in 1000 anni ? $\left[\frac{1000}{\log_2 \frac{10}{9}} \right]$

Esercizio 4 - Un materiale radioattivo è caratterizzato da un tempo dimezzamento pari a 80 anni.

Dopo quanto tempo un campione materiale si sarà ridotto del 20% ?

Qual è il tempo di dimezzamento di un materiale si riduce del 20% in 20 anni?

Esercizio 5 - Una popolazione cellulare è formata ad un certo istante da N_0 individui

Ed è caratterizzata da un tempo di raddoppio pari a 24 ore.

Dopo quanto tempo la popolazione risulterà composta da $5 \cdot N_0$?

Qual è il tempo di raddoppio di una popolazione che passa da N_0 a $10 \cdot N_0$ individui in 24 ore ?