

APPELLO STRAORDINARIO

Per ognuna delle seguenti domande, verrà assegnato il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta. Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta ≥ 11 , se il punteggio della prima parte risulta ≥ 8 , se il punteggio della seconda parte risulta ≥ 3 . È comunque facoltà del docente proporre allo studente di sostenere l'orale qualora lo consenta lo svolgimento della prova scritta. Il tempo a disposizione è 1 ora e 30 minuti.

PRIMA PARTE

1. Si consideri la seguente formula di quadratura:

$$\int_{-2}^1 f(x) dx = \omega_1 f(-2) + \omega_2 f(-1/2) + \omega_3 f(1).$$

2 + 2 pt.

- (a) Determinare i parametri reali ω_1 , ω_2 e ω_3 in modo che la formula di quadratura abbia ordine di precisione almeno 2. Risulta: $\omega_1 = \frac{1}{2}$, $\omega_2 = \frac{2}{3}$, $\omega_3 = \frac{1}{2}$
(b) Determinare l'ordine della formula trovata. Ordine = 3

2. Date le coppie

$$(-1, 0), (0, 2), (1, 3), (2, 1)$$

Calcolare la retta di regressione $r(x)$ relativa ai punti assegnati. Allora $r(\frac{1}{2})$ vale $\frac{3}{2}$

2 pt.

3. Scrivere la parabola $p_2(x)$ che interpola la funzione

$$f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$$

nei nodi $x_0 = -1, x_1 = 0, x_2 = 1$.
 $p_2(x) = \underline{x^2 + 2x + 1}$

2 pt.

4. Si consideri il seguente sistema differenziale

$$\begin{cases} x'(t) = (t+1)x(t) + y(t) \\ y'(t) = -y(t) + x(t) \end{cases} \quad \begin{matrix} x(0) = -1/2 \\ y(0) = 1/2. \end{matrix}$$

2 pt.

Applicare un passo del metodo di Eulero esplicito con passo $h = 1/2$. I valori approssimati di $x(1/2)$ e $y(1/2)$ sono: $x_1 = \underline{-1/2}$ e $y_1 = \underline{0}$.

5. Si consideri il sistema lineare $Ax = b$ con matrice dei coefficienti e termine noto dati rispettivamente da

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

2 pt.

Dato il vettore iniziale $x_0 = (-3, 1, 0)^T$, scrivere la prima iterata x_1 ottenuta applicando il metodo di Jacobi. $x_1 = \underline{(1/4, 2, -1/3)^T}$

SECONDA PARTE

6. Scrivere la generica iterata del metodo di Newton specificando a quale classe di problemi viene applicato.

Generica iterata:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, \quad k = 0, 1, \dots$$

x_0 dato e appartenente ad $[a, b]$

dove $f(x) : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, funzione $\mathcal{C}^2([a, b])$ e $f(a) \cdot f(b) < 0$, $f'(x) \neq 0 \quad \forall x \in [a, b]$.

Il metodo di Newton si utilizza per la risoluzione di problemi non lineari del tipo: determinare $\alpha \in [a, b]$ t.c. $f(\alpha) = 0$.

3 pt.

7. Si consideri il seguente codice MATLAB.

```
clear
close all
pol=poly([-1 2 3]) ;
x=-1:0.02:4;
y=polyval(pol,x);
plot(x,y)
grid
y1=polyval([1 1 4],x);
hold on
plot(x,y1,'r')
```

Quali delle seguenti affermazioni sono vere? (L'esercizio si intende risolto **se e solo se** verranno crocettate **tutte e sole le risposte esatte**)

- (a) x è un vettore colonna
- ☒ (b) x è vettore riga
- (c) la figura contiene una retta
- ☒ (d) la figura contiene il grafico di una parabola
- ☒ (e) pol è un vettore

8. Considerando sempre il codice MATLAB del precedente esercizio, quali delle seguenti affermazioni sono vere? (L'esercizio si intende risolto **se e solo se** verranno crocettate **tutte e sole le risposte esatte**)

- (a) pol è un vettore costituito da 5 elementi
- ☒ (b) pol è un vettore costituito da 4 elementi
- (c) l'istruzione `size(x)` restituisce `[1 10]`
- (d) la figura contiene il grafico di una sola funzione
- ☒ (e) $y1$ è un vettore di 251 elementi
- ☒ (f) il comando `plot(x,y1,'r')` restituisce il grafico di una parabola

1 pt.

3 pt.