

3. (a) Determinare la primitiva della funzione  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - 3e^{-3x} + \cos(\pi x)$ .

$$2\sqrt{x} + e^{-3x} + \frac{\sin(\pi x)}{\pi} + K$$

4 pt.

(b) Calcolare  $\int_0^1 f(x)$ .

$$1 + e^{-3}$$

4. Si consideri una variabile aleatoria  $X$  avente densità di probabilità data da:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{8} & -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

4 pt.

Tracciare un grafico qualitativo di  $f(x)$  e calcolare le seguenti quantità:

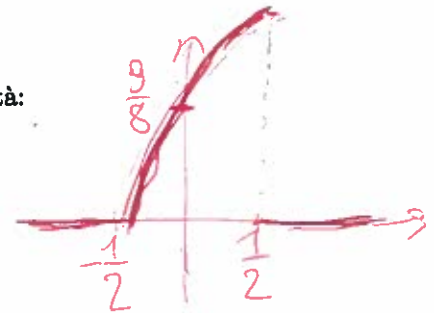
(a) la media  $E(X)$  e la varianza  $Var(X)$

$$E(X) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} x \cdot f(x) dx = \frac{1}{8}, \quad 0,0594 \left(\frac{19}{320}\right)$$

(b) la probabilità  $P(X \geq \frac{1}{4})$

$$= 0,3672 \left(\frac{47}{128}\right)$$

$$\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} f(x) dx$$



5. Alcuni risultati sperimentali vengono riportati in un grafico e sono descritti dalla legge  $y(x) = 5x^2$ . Determinare, in un grafico in doppia scala logaritmica (dove  $Y = \log_{10} y$  e  $X = \log_{10} x$ ), il legame funzionale fra  $Y$  e  $X$  corrispondente a  $y(x)$ .

4 pt.

$$Y = \log 5 + 2X$$

6. In un esperimento, all'istante  $t = 0$  la numerosità di una colonia batterica è data da  $N_0 = 100000$  batteri, e dopo due ore è pari a 200000. Supponendo una crescita malthusiana ( $N(t) = N_0 R^t$ , con  $t$  misurato in ore), determinare il numero di batteri dopo un'ora dall'inizio dell'esperimento.

4 pt.

$$R = \sqrt{2}$$

$$N(1) = 141421$$

7. In una scuola superiore con una popolazione costituita da 150 studenti dopo un test di ingresso di matematica vengono conseguiti i seguenti voti:  $2 \leq X \leq 4$  da 23 studenti,  $X = 5$  da 29 studenti,  $X = 6$  da 72 studenti,  $X = 7$  da 12 studenti,  $X = 8$  da 7 studenti,  $X = 9$  da 3 studenti e  $X = 10$  da 4.

4 pt.

Calcolare i seguenti valori: il voto medio in matematica degli studenti della scuola; la probabilità che uno studente della scuola scelto a caso abbia ottenuto almeno la sufficienza.

$$\text{VOTO MEDIO: } \bar{X} = 5,6867$$

$$P(A) = 0,6533$$