

Per ognuna delle seguenti domande, verrà assegnato il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta, oppure 0 punti in caso di risposta sbagliata o non data. Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta ≥ 18 , se il punteggio della prima parte risulta ≥ 12 , se il punteggio della seconda parte risulta ≥ 6 , e se almeno uno fra gli esercizi 7 e 8 viene risolto correttamente. Il tempo a disposizione è 1 ora e 30 minuti.

PRIMA PARTE

1. Sia $P_2(x)$ il polinomio interpolatore di Lagrange relativo ai nodi $\{-1, 0, 1\}$ per la funzione

$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 10.$$

4 pt.

Allora $P_2(3)$ vale _____ (il risultato è un numero intero)

2. Si consideri la formula di quadratura

$$\int_0^1 f(x) dx \approx \omega_1 f(0) + 2\omega_2 f(1/2) + 3\omega_3 f(1).$$

4 pt.

Determinare i parametri reali ω_1 , ω_2 e ω_3 in modo che la formula di quadratura abbia ordine di precisione almeno 2. Risulta:

$12\omega_1 =$ _____, $6\omega_2 =$ _____, $18\omega_3 =$ _____ (i risultati sono numeri interi).

3. Sia $f: [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = -e^{-x} + \ln(x+1)$$

4 pt.

Applicare un passo del metodo di Newton a partire dall'estremo di Fourier x_0 . Detto x_1 il valore così ottenuto, si ha $10x_1 =$ _____ (il risultato è un numero intero).

4. Determinare a e b in modo che la funzione $f(x) = 3a \cos(\pi x) + 2b(x^2 - 1)$ approssimi i dati: $(-2, 1)$, $(-1, 1)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$ e $(2, 1)$ nel senso dei minimi quadrati.

Allora $35a =$ _____ e $7b =$ _____ (i risultati sono numeri interi).

4 pt.

5. Sia

$$E = \int_{-2}^2 \left[\frac{5}{2}x - 3 \arctg(x^3) + 8 \right] dx,$$

4 pt.

e sia A il valore approssimato dell'integrale ottenuto usando la formula del trapezio negli intervalli $[-2, -1]$, $[-1, 1]$ e $[1, 2]$. Allora A vale _____ (il risultato è un numero intero).

SECONDA PARTE

6. Si consideri il metodo di Newton per la ricerca delle radici di un'equazione non lineare per un'opportuna funzione regolare $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Dare la definizione di estremo di Fourier.

6 pt.

7. Si consideri il seguente codice MATLAB.

```
close all
clear all

n=5 ;
a=0 ;
b=10 ;

nodi=linspace(a,b,n) ;
valorinodi=sin(nodi)+1./(1+nodi.*nodi) ;

polinterp=polyfit(nodi,valorinodi,n-1) ;

h=(b-a)/49 ;
x=a:h:b ;
y=polyval(polinterp,x) ;
plot(x,y,'--xr')
hold on
valorif=sin(x)+1./(1+x.*x) ;
plot(x,valorif)
grid
```

2 pt.

Quali delle seguenti affermazioni sono vere? (L'esercizio si intende risolto **se e solo se** verranno crocettate **tutte e sole le risposte esatte**)

- (a) `nodi` è un vettore colonna.
 - (b) `nodi` è un vettore riga.
 - (c) Il grafico contiene la visualizzazione (per punti) di tre funzioni.
 - (d) `h` è un numero maggiore di 1.
 - (e) Il grafico contiene la visualizzazione (per punti) di due funzioni.
8. Considerando sempre il codice MATLAB del precedente esercizio, quali delle seguenti affermazioni sono vere? (L'esercizio si intende risolto **se e solo se** verranno crocettate **tutte e sole le risposte esatte**)
- (a) L'istruzione `size(x)` restituisce la coppia `[1 50]`.
 - (b) Il grafico visualizza (per punti) anche una funzione polinomiale di grado 5.
 - (c) `size(valorif)` è uguale a `size(valorinodi)`.
 - (d) L'esecuzione del codice non visualizza su monitor il valore di `a`.
 - (e) `size(valorif)` è uguale a `size(x)`.

6 pt.