

☐ Autorizzo la pubblicazione dell'esito dello scritto on-line Firma: _____

Per ciascun esercizio verrà assegnato al massimo il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta (0 se non svolto). Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta ≥ 18 . Il tempo a disposizione è di 2 ore.

1. STUDIO DI FUNZIONE: si consideri la funzione $f(x) = -2 \ln(x^2 + 3) + x$.

- Determinare il dominio di f .
- Dire se f è iniettiva e/o suriettiva.
- Dire se f pari o dispari.
- Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- Calcolare la derivata prima e la derivata seconda di f .
- Determinare dove f è crescente e dove è decrescente.
- Determinare dove f è convessa e dove è concava.
- Calcolare i punti di massimo e di minimo di f .
- Calcolare il massimo di f sull'intervallo $[3, 4]$.

8 pt.

2. Si considerino le funzioni $f(x) = e^{-x}$ e $g(x) = x^2 - 2x$.

- Determinare le espressioni di $f \circ g$ e $g \circ f$.
- Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f \circ g$ nel punto $x_0 = -1$.

4 pt.

3. Si consideri una variabile aleatoria X avente densità data da

$$f(x) = \begin{cases} -3/2x^2 + 3x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- Calcolare $E(X)$ e $\text{Var}(X)$.
- Posta $Y = 2X - 1$, calcolare $E(Y)$ e $\text{Var}(Y)$.
- Calcolare $P(X > 1/2)$.
- Calcolare $E(1/X)$.

4 pt.

4. Si consideri la funzione $f(x) = \frac{-x^2+1}{2x}$. Calcolare la primitiva di f passante per il punto $(1, 1/2)$.

4 pt.

5. Si consideri una popolazione composta per il 40% da donne e per il restante 60% da uomini. La probabilità che una donna contragga una malattia è pari a 0.5 mentre la probabilità che un uomo contragga la malattia è pari a 0.3.

4 pt.

- Calcolare la probabilità che, considerando un individuo qualsiasi della popolazione, egli contragga la malattia.
- Sapendo che l'individuo considerato ha contratto la malattia, è più probabile che sia donna o uomo?

6. Determinare un opportuno cambio di coordinate (logartimiche o semilogaritmiche) che trasformi la funzione $y = (1/3)^{x+2}$ in una retta e calcolarne l'equazione.

4 pt.

7. Una popolazione batterica ha tempo di raddoppio di 3 ore. Sapendo che all'istante iniziale è costituita da 1000 batteri, determinare dopo quante ore sarà costituita da 10000 batteri.

3 pt.