

Matematica con Elementi di Statistica (CTF) Appello Cognome:
13/09/2018 Nome:

☐ Autorizzo la pubblicazione dell'esito dello scritto on-line Firma:

Per ciascun esercizio verrà assegnato al massimo il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta (0 se non svolto o se errato). Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta ≥ 18 .

Il tempo a disposizione è di 2 ore.

1. STUDIO DI FUNZIONE: si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 2 - e^{-x} & x \leq 0 \\ \sqrt[3]{x} + 1 & x > 0 \end{cases}$$

8 pt.

a. Dire se $f(x)$ è iniettiva e/o suriettiva.

b. Tracciare un grafico qualitativo della funzione.

c. Calcolare la derivata della funzione.

d. Calcolare l'equazione della retta tangente a $f(x)$ nel punto $x = -2$

2. Calcolare l'area della regione delimitata dai grafici delle seguenti funzioni: $f_1(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ e $f_2(x) = e^{-2x}$ nell'intervallo $[0, 4]$

4 pt.

3. Si calcolino i seguenti limiti:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3 + 2x - 1}{x^3 + x^2} =$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \log |x| - 7 =$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} =$

4 pt.

4. Si consideri una variabile aleatoria X avente densità data da

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{3}{16}x^2 + \frac{3}{4} & 0 < x \leq 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

4 pt.

Tracciare il grafico di f e calcolare le seguenti quantità:

(a) la media $E(X)$ e la varianza $Var(X)$

(b) $P(-1 \leq X \leq 3)$

5. Sono date due soluzioni S_1 e S_2 dello stesso soluto e dello stesso solvente: la prima è al 40% la seconda al 25%, per un totale di 200 g ciascuna. Si prendano 100 g della prima e 100 g della seconda: quale concentrazione si ha nella nuova soluzione così ottenuta?

4 pt.

Quanti grammi di soluto occorre aggiungere a 300 g della prima soluzione per ottenere una concentrazione al 50%?

6. (a) Date le funzioni $f(x) = \sin(x)$ e $g(x) = 4x^3 + 1$, trovare le funzioni composte $z_1 = f \circ g$ e $z_2 = g \circ f$.

4 pt.

(b) Scrivere le derivate di z_1 e z_2 .

7. Consideriamo una malattia che in una data popolazione ha un'incidenza del 5 per mille. Sia dato un test diagnostico per questa malattia che fornisce esito positivo su una persona malata con probabilità 0.992 ed esito negativo su una persona sana con probabilità 0.999. Calcolare la probabilità che una persona sia sana se il test risulta negativo.

4 pt.