

Per ognuna delle seguenti domande, verrà assegnato il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta, oppure 0 punti in caso di risposta sbagliata o non data. Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta ≥ 9 , se il punteggio della prima parte risulta ≥ 6 , se il punteggio della seconda parte risulta ≥ 3 , e se almeno uno fra gli esercizi 7 e 8 viene risolto correttamente. Il tempo a disposizione è 1 ora e 30 minuti.

PRIMA PARTE

1. Sia $P_2(x)$ il polinomio interpolatore di Lagrange relativo ai nodi $\{-2, 0, 1\}$ per la funzione

$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + \frac{1}{3}.$$

2 pt.

Allora $P_2(2)$ vale _____ (il risultato è un numero intero)

2. Si consideri la formula di quadratura

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx \omega_1 f(-1) + \omega_2 f'(-1) + \omega_3 f(1).$$

2 pt.

Determinare i parametri reali ω_1 , ω_2 e ω_3 in modo che la formula di quadratura abbia ordine di precisione almeno 2. Risulta:

$3\omega_1 =$ _____, $3\omega_2 =$ _____, $3\omega_3 =$ _____. (i risultati sono numeri interi).

3. Sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = 3x^2 + 5e^x - 7$$

2 pt.

Applicare un passo del metodo di Newton a partire dall'estremo di Fourier x_0 . Detto x_1 il valore così ottenuto, si ha $(6 + 5e)x_1 =$ _____ (il risultato è un numero intero).

4. Determinare a e b in modo che la funzione $f(x) = a \cos(\pi x) + b(x^2 - 1)$ approssimi i dati: $(-2, 1)$, $(-1, 1)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$ e $(2, 1)$ nel senso dei minimi quadrati.

Allora $70a =$ _____ e $7b =$ _____ (i risultati sono numeri interi).

2 pt.

5. Sia

$$E = \int_{-2}^6 \left[\frac{x^2}{2} - 3 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \right] dx,$$

2 pt.

e sia A il valore approssimato dell'integrale ottenuto usando la formula del punto medio negli intervalli $[-2, 0]$, $[0, 2]$ e $[2, 6]$. Allora A vale _____ (il risultato è un numero intero).

SECONDA PARTE

6. Si consideri una funzione regolare $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Si enunci la formula dell'errore di quadratura per la regola del punto medio.

3 pt.

7. Si consideri il seguente codice MATLAB.

```
clear all
A=zeros(3);
n=3 ;

for i=1:n
    A(i,i)=i*i;
    for j=i+1:n
        A(i,j)=i/2+(sin((j/3)*pi))*4;
    end
end
disp(A)
vsomma=sum(A);
disp(vsomma)
```

1 pt.

Quali delle seguenti affermazioni sono vere? (L'esercizio si intende risolto **se e solo se** verranno crocettate **tutte e sole le risposte esatte**)

- (a) La matrice generata dal codice è diagonale.
 - (b) La matrice generata dal codice è triangolare superiore.
 - (c) La matrice generata dal codice è triangolare inferiore.
 - (d) La matrice generata dal codice ha esattamente 9 elementi.
 - (e) Il codice visualizza sul monitor anche un vettore riga di lunghezza 3.
 - (f) Il codice visualizza solo una matrice quadrata.
8. Considerando sempre il codice MATLAB del precedente esercizio, quali delle seguenti affermazioni sono vere? (L'esercizio si intende risolto **se e solo se** verranno crocettate **tutte e sole le risposte esatte**)
- (a) Il vettore vsomma contiene elementi negativi.
 - (b) Il codice contiene un errore di sintassi.
 - (c) La matrice A non ha elementi negativi.
 - (d) Il codice visualizza anche i valori di i e di j.
 - (e) Il comando vsomma*A*vsomma genera un errore.
 - (f) Il comando vsomma*vsomma' genera un errore.

3 pt.