

## Corso di Laurea in Scienze Biologiche

### Esercizi sulle derivate e sullo studio di funzioni

1) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni

$$\begin{aligned} & \frac{x^2}{x^2 + 1}, & (x^2 + x) \log x, & (\sin^2 x)(\cos x), & \sin(e^{3x}), \\ & \cos(\cos x), & \arctan\left(\frac{1}{1+x^2}\right), & \log(1/x), & x - x \log x, \\ & \sin(2x + 2) \cos(x^2), & (x^2 + 3)e^{2x}, & x \log(1 + 1/x), & x \arctan(2x). \end{aligned}$$

2) Determinare gli intervalli in cui le seguenti funzioni sono crescenti e gli intervalli in cui sono decrescenti. Determinare i punti di estremo relativo e il tipo di estremo (massimo o minimo):

$$\begin{aligned} & x^2 + 3x + 3, & x^2 e^{-x}, & x^3 + 12x + 1, & x^3 - 12x + 1, \\ & x^2 \log x, & \frac{x+2}{x^2+5}, & \frac{x^2+5}{x+2}, & \tan x - 2x \quad (\text{per } x \in ]-\pi/2, \pi/2[), \\ & \exp(x^3 - 1), & \sin(x^2) \quad (\text{per } x \in [-\sqrt{2\pi}, \sqrt{2\pi}]), & x \sin x \quad (\text{per } x \in [0, 2\pi]). \end{aligned}$$

3) Studiare le seguenti funzioni (se compaiono funzioni trigonometriche, limitarsi all'intervallo  $[0, 2\pi]$ ):

$$\begin{aligned} & y = \frac{8x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1}, & y = \sqrt{x^2 - 4x}, & y = \cos^2 x - \cos x, \\ & y = \frac{1}{\cos x + 1}, & y = \frac{(|x| - 1)^2}{x - 1}, & y = e^{\frac{x}{1-x^2}}, \\ & y = \log|x^2 - 1|, & y = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x + 2}}, & y = \tan^2 x - \tan x. \end{aligned}$$

4) Calcolare i seguenti limiti usando la formula di De l'Hôpital:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}, & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{2x^3}, & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin x \tan x}, & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\log(1 + 2x^2)}, \\ & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{2x^2}, & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2}{\arctan x}, & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^x}{\sin^2 x}, & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x - 1)}{\sin^2 x}, \\ & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x}{\sin(3x)}, & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x)}{x^2 + x}, & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin x^2}, & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{\arctan(2x)}. \end{aligned}$$