EQUAZIONI DIFFERENZIALI E SISTEMI DINAMICI

Prova scritta del 28 febbraio 2007

Esercizio 1. Sia data, al variare di $n \in \mathbb{N}$, la famiglia di Problemi di Cauchy

$$\begin{cases} y_n' = 2t + y_n^{-n} \\ y_n(0) = 1. \end{cases}$$

Dette y_n le relative soluzioni massimali, determinare il più grande insieme I tale che, per $t \in I$, esiste finito il limite $\lim_{n\to\infty} y_n(t) =: y(t)$. Calcolare inoltre $y(t)$. La convergenza $y_n \to y$ è anche uniforme in I? (**Suggerimento:** può essere utile stimare direttamente la differenza $y_n - y$ utilizzando l'equazione di Volterra).

Esercizio 2. Dato il sistema non lineare

$$\begin{cases} x' = x - \dfrac{1}{x} \\ y' = y, \end{cases}$$

studiare la stabilità dei punti critici e descrivere il comportamento qualitativo delle traiettorie.