EQUAZIONI DIFFERENZIALI E SISTEMI DINAMICI

Prova scritta del 23 maggio 2006

Esercizio 1. Detta y_n la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y_n'(t) + y_n^{2n+1}(t) = t \\ y_n(0) = 0, \end{cases}$$

calcolare il

$$\lim_{n\to\infty} y_n(t)$$

per tutti i tempi t per i quali y_n è definita almeno per n sufficientemente grande.

Esercizio 2. Studiare punti critici e loro stabilità per il seguente sistema non lineare

$$\begin{cases} x' = y - \sin^2 x \\ y' = -y. \end{cases}$$

Descrivere inoltre il comportamento qualitativo delle traiettorie (può essere utile studiare l'equazione ottenuta eliminando opportunamente la variabile tempo).