EQUAZIONI DIFFERENZIALI E SISTEMI DINAMICI

Prova scritta del 4 luglio 2005

Esercizio 1. (a) Fare uno studio qualitativo delle traiettorie dell'equazione

$$y' = \arctan(ty).$$

(b) Detta y_n, $n \in \mathbb{N}$, la soluzione del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \arctan((ty)^{2n+1}), \\ y(0) = 1, \end{cases}$$

calcolare, se esiste, il limite per $n \to \infty$ della successione di funzioni $\{y_n\}$, specificando eventualmente il tipo di convergenza.

Esercizio 2. Studiare punti critici, stabilità e stabilità asintotica del seguente sistema non lineare

$$\begin{cases} x' = 1 - e^{x-y}, \\ y' = 1 - e^{y-x}. \end{cases}$$

Determinare inoltre l'andamento qualitativo delle traiettorie.