

Storie del Signor P: qualche osservazione sull'epidemia di COVID-19 dal punto di vista di un matematico

Giulio Schimperna
Dipartimento di Matematica, Università di Pavia,
Via Ferrata 5, 27100 Pavia, Italy
E-mail: giusch04@unipv.it

8 maggio 2020

Sunto

In questa breve nota ci proponiamo di descrivere, in modo divulgativo e utilizzando soltanto nozioni di matematica elementare, alcune caratteristiche dei modelli di diffusione delle epidemie di tipo SIR, con l'obiettivo di contribuire a indirizzare il dibattito sulla gestione dell'emergenza sanitaria in corso su binari di oggettività e scientificità.

1 Una (breve) introduzione e qualche avvertenza

L'evoluzione di epidemie quali quella del COVID-19 attualmente in corso trova una descrizione matematica naturale nei cosiddetti modelli "di tipo SIR" ("Susceptible-Infective-Recovered"). Negli ultimi mesi questi sono diventati così popolari che ormai se ne parla anche nei bar al posto dei risultati del pallone, o più precisamente se ne parlerebbe se i bar fossero aperti. In questa nota vogliamo raccontare, sempre con un approccio divulgativo e basandoci unicamente su nozioni matematiche del tutto elementari, alcune caratteristiche un po' più "riposte" di questi modelli, nella speranza di contribuire in qualche modo, e nei nostri limiti, allo sviluppo di una discussione basata su criteri di oggettività.

Vogliamo chiarire fin dall'inizio che questo contributo *non è e non pretende in alcun modo di essere una pubblicazione scientifica*. In particolare i numeri e gli esempi che utilizziamo nel seguito sono costruiti unicamente per spiegare nel modo più semplice possibile alcuni aspetti matematici dei modelli SIR che riteniamo interessanti. Non abbiamo alcuna pretesa che le discussioni che facciamo nell'ultima parte influenzino *in modo quantitativo* le decisioni politiche, che devono essere ovviamente basate su dati veri, presi accuratamente, e validati nel modo più robusto possibile, anche alla luce del fatto che, come cercheremo in parte di spiegare, le simulazioni basate su questo tipo di modelli presentano in ogni caso un alto grado di incertezza. La maggior parte delle cose che raccontiamo sono ovviamente ben note a qualsiasi addetto ai lavori; d'altra parte, ripetiamo, quanto scriviamo ha unicamente una funzione divulgativa. Riteniamo tuttavia che alcuni spunti che introdurremo possano avere un qualche interesse anche per chi è chiamato al difficile compito di prendere decisioni concrete.

Cercheremo, per quanto possibile, e qualche volta facendo dei "dribbling" un po' azzardati, di escludere dalla discussione tutti gli aspetti puramente "virologici" della questione, sui quali, ovviamente, non abbiamo alcuna competenza. In particolare ci scusiamo con gli addetti al settore se le curve di contagio che presenteremo come esempi sono inconsistenti o inverosimili dal punto di vista medico. Non abbiamo, inoltre, alcuna pretesa di esaustività; ci sono aspetti interessanti dei modelli SIR, anche dal punto di vista puramente matematico, che abbiamo deciso di tralasciare (per esempio, assumeremo ottimisticamente che tutti gli infetti prima o poi guariscano tralasciando gli effetti relativi al tasso di mortalità).

Osserviamo infine che, a livello di nomenclatura, abbiamo deciso di chiamare R_0 il *valore standardizzato* della costante di infettività del virus, mentre abbiamo chiamato R_{att} (R "attuale") il valore di tale costante che si verifica a seguito delle condizioni specifiche che caratterizzano un dato

luogo in un dato istante (legate per esempio alla stagionalità, alla proporzione di immuni, ecc.). Questa nomenclatura non è peraltro universalmente condivisa; noi abbiamo scelto di adottarla semplicemente perché si adatta bene ai concetti che vogliamo esporre. Infine, molti dei nostri esempi saranno basati sul comportamento di un ipotetico individuo infetto, il “Signor P” (dove “P” sta per “positivo”), e in particolare spesso supporremo la situazione più pericolosa, ovvero quella di un soggetto asintomatico o paucisintomatico che se ne va in giro, o rischia di farlo, trasmettendo inconsapevolmente l’infezione ad altre persone.

2 La diffusione temporale delle epidemie

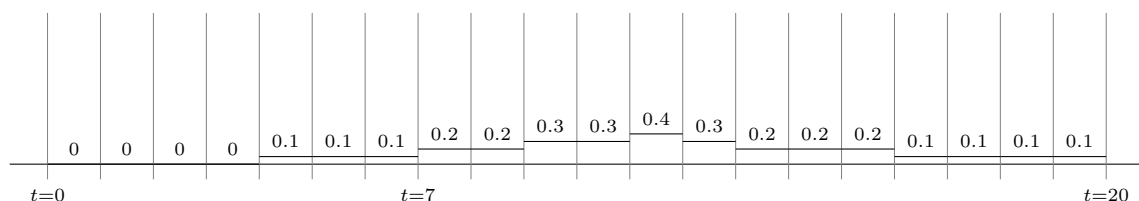
2.1 La costante R_0 e le curve di contagio

Precedentemente abbiamo accennato al fatto che il fattore determinante per capire se un’epidemia è in fase di espansione o di contrazione è il numero R_0 . In questa parte vogliamo presentare qualche approfondimento per capire come e dove viene fuori questo numero magico e spiegare che ci sono fattori importanti, anche ai fini dell’attuazione di politiche ottimali, che dipendono da parametri più fini. Il punto di partenza è il grafico dell’esempio dell’Esempio 1 qui sotto, un oggetto che chiameremo “curva di contagio”. A voler vedere, non si tratta di una curva, ma di un istogramma, o, con una terminologia più “da matematico”, di una “funzione costante a tratti”. Nei modelli reali, in realtà questo istogramma può essere sostituito da una curva vera e propria, ma questo ci costringerebbe a usare strumenti più sofisticati, quali integrali e densità, che in questa sede vogliamo evitare.

L’asse orizzontale descrive il tempo, misurato in giorni, trascorso dal momento ($t = 0$) in cui un generico paziente, che nel seguito chiameremo “Signor P” o più semplicemente “P” (i matematici amano chiamare qualunque cosa con una lettera), viene contagiato, fino al tempo, qui posto per comodità grafica pari a 20 giorni, in cui si ritiene che il paziente sia guarito e in particolare non più in grado di trasmettere il virus ad altre persone. Come già osservato, questa curva (come tutti i numeri contenuti in questa nota), non è tratta da dati epidemiologici reali, ma è presentata a scopo puramente illustrativo. La determinazione delle curve “reali” di contagio è infatti un problema difficile (più in basso cercheremo anche di spiegare perché) che può essere affrontato solo combinando competenze mediche e matematico-statistiche e utilizzando strumenti piuttosto avanzati.

Nell’esempio qui sotto, il Signor P, dopo aver stato in contatto col virus al tempo $t = 0$, non risulta contagioso per i primi 4 giorni; quindi comincia a sviluppare la capacità di trasmettere il virus. Per esempio, si ritiene che, durante l’ottavo giorno (quello che comincia a $t = 7$), il Signor P sia in grado di contagiare 0.2 persone, e così via. Ovviamente il numero 0.2 va inteso in senso probabilistico: semplificando un pochino si può dire che, in quel dato giorno, P avrà una chance pari al 20% di infettare un altro soggetto.

ESEMPIO 1



In questo esempio, la capacità di trasmettere il virus aumenta fino a raggiungere un massimo di 0.4 il dodicesimo giorno; quindi diminuisce fino a quando il paziente non ha sconfitto l’infezione o, più precisamente, non è più in grado di trasmetterla¹. Una volta che la curva è nota, il fattore R_0 è dato dal numero medio delle persone che il Signor P può infettare durante il periodo in cui risulta

¹Sembra infatti che, nel caso specifico del SARS-CoV-2, la positività al tampone (e dunque l’essere catalogato come “infetto”) possa permanere, almeno in certi soggetti, più a lungo rispetto alla capacità di trasmettere l’infezione stessa. In generale, negli esempi che faremo, supporremo per semplicità che il periodo di positività coincida con quello di infettività

contagioso, definito come la somma delle altezze di tutti i rettangolini. In questo esempio specifico il valore di R_0 è esattamente pari a 3 (abbiamo scelto un numero intero perché è più comodo ai fini degli esempi successivi).

C'è tuttavia un altro fattore estremamente importante di cui tenere conto: la curva di contagio che genera il fattore R_0 è di fatto a sua volta una media. Si suppone cioè che, *in condizioni standard* di comportamento individuale e assumendo che *tutta la popolazione sia suscettibile al virus*, si possa ottenere un *profilo tipico di contagio*. Il numero R_0 che ne deriva è molto comodo perché, una volta supposto che le condizioni di comportamento individuale siano standardizzate, si ha a che fare con una quantità che *dipende solo dal virus* e non dal comportamento dei singoli né dalle condizioni al contorno (per esempio la densità di popolazione; ne parleremo meglio più avanti). Più è alto R_0 e più il virus si trasmette con facilità. Se, come si legge, R_0 è pari a 2.6 per il nuovo coronavirus, questo vuol dire che ogni persona, *mediamente e in condizioni standard*, contagia altre 2.6 individui prima di perdere il proprio carico di infettività. In questo modo, se R_0 è strettamente minore di 1, il “paziente medio” infetta meno di una persona prima di guarire, e dunque il numero di nuovi contagiati via via si contrae, mentre se R_0 è più grande di 1 ovviamente la popolazione contagiata dal virus cresce via via.

Come accennato poco sopra, ci sono però informazioni sull'andamento dell'epidemia che non possono essere dedotte semplicemente dalla conoscenza di R_0 (ammesso che sia possibile arrivare a una stima sufficientemente robusta di questa quantità), ma per le quali è necessario avere dati più precisi. Innanzitutto, come detto, il numero R_0 e la curva di contagio che lo genera sono degli oggetti riferiti a una situazione standard, mentre nella realtà ci sono diversi fattori che ne possono influenzare l'andamento. Ne parleremo in dettaglio più avanti; possiamo comunque osservare che un ruolo importante è sicuramente giocato dalla densità di popolazione, dalla stagionalità, dalla mobilità individuale e dai provvedimenti di distanziamento sociale, dalla percentuale di soggetti che avendo sviluppato anticorpi presentano un qualche livello di immunità. Tutti questi fattori possono contribuire ad abbassare o ad alzare le curve di contagio; in altre parole a seconda delle condizioni ambientali (e anche del momento in cui si fa l'osservazione) ci sarà una curva di contagio caratteristica, a cui (sommando le altezze dei rettangolini) è associato un fattore di espansione che chiameremo R_{att} , dove “att” sta per “attuale” e cioè riferito a una situazione contingente. Per esempio, le misure igieniche e di distanziamento messe in atto da molti paesi servono ad abbassare le curve di contagio in modo da ottenere un valore di R_{att} che sia minore di R_0 (e sperabilmente inferiore a 1).

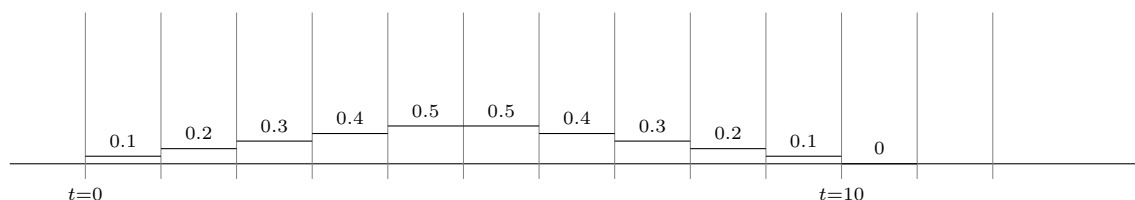
Occorre però anche tenere conto della dipendenza delle curve di contagio da fattori più propriamente individuali. È infatti come se ogni Signor P si portasse in giro la propria curva di contagio (che dipende dal suo livello di interazione sociale, dai suoi spostamenti, e magari anche dalla risposta individuale all'infezione) che dà luogo a un fattore “ R personale” che dipende in larga misura da come P si comporta. La combinazione, fatta in un modo statisticamente opportuno, di tutte le curve di contagio individuali dei Signori P dà luogo alla curva caratteristica di un certo luogo e un certo istante temporale e del relativo valore R_{att} che caratterizza il potenziale complessivo di espansione o contrazione dell'epidemia in quel contesto.

Osserviamo infine che la curva di contagio del Signor P, supponiamo associata a un fattore $R = 3$ come nell'Esempio 1 qui sopra, e dunque piuttosto alto, tiene conto solamente delle persone direttamente contagiate da P, e non di coloro che sono infettati in modo indiretto. Dunque se noi immaginiamo che all'istante iniziale $t = 0$ l'unica persona infetta sia P e che questo si trovi all'inizio della propria curva, trascorsi 20 giorni, P sarà guarito; avremo però (mediamente) le nuove 3 persone contagiate direttamente da P, più tutti coloro che avranno ricevuto il contagio in modo indiretto. Il calcolo esplicito di quanti contagiati dovremo aspettarci (sempre in media) alla fine di un certo periodo di riferimento, note le condizioni iniziali e la curva di contagio, è in generale complicato e va al di là degli obiettivi di questa nota. Comunque sia, ci si può rendere conto facilmente che gli infettati in modo indiretto si combinano facendo crescere l'epidemia rapidamente. È un po' lo stesso discorso che si fa quando si valutano gli interessi bancari: le persone contagiate indirettamente da P contano in un certo senso come gli interessi composti. Mentre però, agli attuali tassi praticati dalle banche, gli interessi composti sui conti correnti sono di fatto trascurabili, un valore di R pari a 3 corrisponde in un certo senso ad avere un interesse semplice del 300%, e di conseguenza il ruolo dei contagiati indirettamente è tutt'altro che trascurabile.

2.2 I fattori temporali e gli effetti di ritardo

Consideriamo ora un certo Signor P che come al solito si porta in giro inconsapevolmente il virus. Ci soffermiamo sempre sul caso in cui P è asintomatico, che è evidentemente il più pericoloso, almeno nell'ipotesi che a sintomatologie modeste o assenti non corrisponda un abbassamento della curva di contagio. Supponiamo ora che per P la curva sia questa:

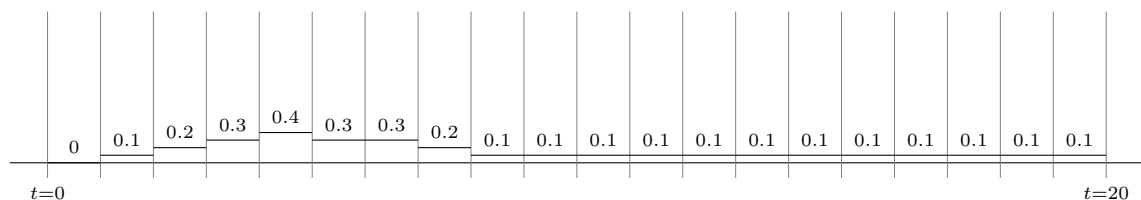
ESEMPIO 2



Se si calcola il fattore R associato a questa nuova curva, si trova, esattamente come nell'Esempio 1, $R = 3$. Tuttavia, una curva di questo tipo è *molto più pericolosa* rispetto alla situazione precedente, e il motivo è abbastanza facile da capire: il Signor P dell'Esempio 2 impiega *meno tempo* (rispetto a un suo cugino che si comporti come nell'Esempio 1) ad infettare altre 3 persone. Dunque, se prevalgono curve di questo tipo rispetto a quelle dell'Esempio 1, vuol dire che, a *parità di fattore* R , l'epidemia si sta propagando più rapidamente; in un certo senso è come se lo stesso ammontare di interessi venisse pagato in un periodo molto inferiore. Dunque, in generale, il fattore R_0 associato al virus (o i fattori R associati alle curve di contagio dei singoli pazienti) dice se l'epidemia si sta propagando o contraendo, ma, da solo, non dice *quanto velocemente* questo sta avvenendo.

Per lo stesso motivo, se noi prendiamo questo ulteriore

ESEMPIO 3



e paragoniamo questa situazione con quella dell'Esempio 1, possiamo osservare che, sebbene la lunghezza della curva di contagio e il fattore R siano gli stessi, quest'ultima situazione è più pericolosa in quanto il periodo di massima infettività ha luogo immediatamente dopo il contagio, ovvero la maggior parte degli interessi sono pagati presto (purtroppo).

Volendo introdurre una formula matematica (l'unica di questa nota), riepilogando possiamo dire che, tipicamente, l'evoluzione del numero $X(t)$ delle persone infette, ammettendo un fattore R_{att} e una distribuzione delle curve di contagio costanti nel tempo, ha un andamento *esponenziale*, ovvero si ha

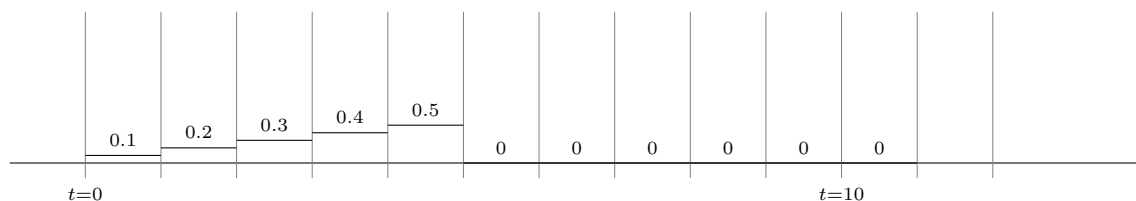
$$X(t) = X(t_0)e^{\alpha(t-t_0)},$$

dove t_0 è l'istante in cui facciamo scattare il cronometro, $X(t_0)$ è il numero degli infetti in quel momento e $X(t)$ è il numero degli infetti ad un successivo istante t . Il segno della costante α è quello che dice come vanno le cose: se R_{att} è maggiore di 1, allora α risulta positivo e $X(t)$ tende a crescere; viceversa, se $R_{att} < 1$ allora α è negativo e $X(t)$ decresce. Tuttavia, la velocità di crescita o di decremento, ovvero il valore di α , non dipende solo da R_{att} , ma anche dalla lunghezza e dalla "forma" delle curve di contagio. A parità di valori $R_{att} > 1$, α è più grande se le curve di contagio sono più corte oppure caratterizzate da un picco di infettività precoce. Possiamo anche notare che gli effetti di una variazione di R_{att} non sono immediati da registrare; per esempio, specialmente se il periodo di positività degli infetti è molto lungo, a una discesa del valore R_{att} al di sotto di 1 può corrispondere una diminuzione

di $X(t)$ soltanto dopo un periodo di alcuni giorni (nel seguito parleremo più diffusamente di questi effetti “di ritardo”).

Queste osservazioni hanno, ovviamente, immediate ricadute anche a livello di strategie di contenimento: occorre cioè identificare le persone infette, specie se asintomatiche, *più in fretta possibile*, dato che le trasmissioni del virus che avvengono nei primi giorni sono quelle che pesano di più nel determinare la velocità di trasmissione dell’epidemia. Per esempio, se abbiamo un paziente la cui curva di contagio è quella dell’Esempio 2 e lo mettiamo in quarantena rigorosa dopo 5 giorni, otteniamo la seguente curva di contagio modificata:

ESEMPIO 4



A questa curva è associato un fattore R pari a 1.5 (dunque effettivamente la metà rispetto a prima), tuttavia abbiamo eliminato soltanto la parte “meno pericolosa” delle nuove infezioni, ovvero quelli che avvengono più tardi e contribuiscono in misura minore a una rapida propagazione dell’epidemia. In generale, in presenza di un virus le cui curve di contagio caratteristiche presentano picchi di infettività precoci, c’è comunque una maggiore difficoltà intrinseca nel mettere in quarantena le persone in tempo utile, soprattutto quando la comparsa di sintomatologie caratteristiche fosse invece più tardiva.

Un altro fattore di cui occorre tenere conto quando si vuole approntare delle politiche efficaci di contenimento dell’infezione è il fatto che la curva di contagio è un oggetto dinamico, che varia a seconda del paziente coinvolto e delle condizioni ambientali. La curva, infatti, nella sua evoluzione giorno dopo giorno, dipende da tanti fattori; alcuni di questi sono determinati dalla situazione circostante, mentre altri dipendono dal comportamento individuale del Signor P. È ovvio che se il Signor P si decide a condurre un’esistenza guardinga e a rispettare in ogni situazione le opportune norme di buon senso, può, agendo sul proprio comportamento individuale, abbassare la sua curva e il suo fattore R , mentre se P dovesse partecipare tutte le sere a ritrovi con altre persone, magari in luogo chiuso e senza alcuna protezione, la sua curva si alzerà, e con questa il fattore R ad essa associato. Allo stesso modo, se a metà dell’orizzonte temporale nel quale il Signor P è contagioso vengono imposte delle misure di distanziamento sociale più rigoroso (e il Signor P le rispetta), questo determinerà un abbassamento almeno della seconda parte della sua curva di contagio individuale.

Un ulteriore fenomeno che ha ricadute rilevanti soprattutto per quanto riguarda la valutazione dell’efficacia dei provvedimenti di contenimento dell’epidemia, o altresì del loro eventuale rilassamento, è quello degli *effetti di ritardo*. Questi compaiono innanzitutto perché, tipicamente, i casi positivi vengono individuati (quando questo avviene) a un punto relativamente avanzato della curva di contagio, vuoi perché i sintomi non si presentano subito, vuoi per il tempo necessario ad acquisire i risultati dei test. Dunque la situazione che noi fotografiamo in un determinato istante, in primo luogo attraverso gli indicatori più macroscopici quali l’evoluzione del numero dei nuovi positivi, riflette in realtà un contesto epidemiologico relativo ad un momento precedente (pare di circa 8-10 giorni). Di conseguenza, gli effetti di eventuali variazioni delle condizioni ambientali (in particolare l’adozione o il rilassamento di misure restrittive) possono essere valutati solo su un orizzonte temporale sufficientemente ampio. In particolare, dato che la valutazione “a posteriori” di un provvedimento non può che avvenire tenendo conto del citato effetto di ritardo, è sempre utile basare le proprie decisioni su modelli quantitativi costruiti sulla base dell’osservazione di quanto avvenuto in precedenza in altri contesti.

Infine vale la pena ribadire che effettuare un elevato numero di tamponi può servire a identificare i signori P infettati dal virus e “rimuoverli” dalla vita sociale, come nell’Esempio 4 (e abbiamo anche visto che è meglio che questo avvenga più in fretta possibile); tuttavia, dal momento che nella diffusione di questo virus un ruolo chiave è svolto dagli asintomatici e nessuno screening sarà mai in

grado di individuarli tutti, è compito di ciascuno di noi pensare di essere il Signor P che potrebbe star portando in giro l'epidemia e fare il possibile per appiattire la propria curva. Più saremo in grado di fare questo, più abbasseremo la velocità di trasmissione dell'epidemia e meno restrizioni alla libertà individuali saranno necessarie.

3 L'immunità di gregge e i fattori ambientali

Come abbiamo visto nella parte precedente, l'evoluzione di un'epidemia è determinata non tanto dalla "curva di contagio" teorica che genera il numero R_0 (che come abbiamo visto è un parametro ideale che dipende solo dalla natura del virus), ma dalle curve R individuali associate ai singoli signori P (o da una loro "media" calcolata in modo opportuno) e al modo in cui queste variano nel tempo. Sappiamo che inoltre l'andamento delle curve di contagio dipende dai provvedimenti di distanziamento sociale presi da governo o regioni, dalla capacità di individuare più presto possibile le persone infette e, non ultima, dalla responsabilità individuale dei cittadini.

Ci sono, tuttavia, anche altri fattori che possono cambiare in modo sostanziale l'evoluzione a medio e lungo termine di un'epidemia e di conseguenza determinarne l'impatto complessivo sanitario, sociale ed economico. Alcuni di questi fattori sono:

1. Immunità di gregge, parziale o complessiva;
2. Stagionalità;
3. Densità di popolazione e mobilità degli individui.

Nella parte che segue discuteremo brevemente ciascuno di questi aspetti.

3.1 Immunità di gregge

Immaginiamo che la curva di contagio caratteristica del virus sia quella dell'Esempio 1, che genera un valore di R_0 pari a 3. Supponiamo ora di trovarci in una situazione in cui esattamente il 20% della popolazione è immune al virus avendo contratto, in forma sintomatica o meno, la malattia e avendo quindi sviluppato gli anticorpi. Guardando la curva di contagio, questa prescrive per esempio che, al nono giorno dall'infezione (quello che comincia a $t = 8$), il Signor P, in condizioni standard, possa trasmettere il virus a 0.3 altri soggetti (come al solito queste "frazioni di persona" vanno interpretate in senso probabilistico). Ora, però, il 20% di questi soggetti ha sviluppato l'immunità (e dunque, anche se viene in contatto col virus, non svilupperà l'infezione); dunque, di fatto, P si troverà nella condizione di infettare solo 0.24 persone, anziché 0.3. Questo vale a dire che l'intera curva di contagio è abbassata del 20% e di conseguenza, il numero R caratteristico della nuova curva di contagio è diminuito del 20% rispetto all'originario valore $R_0 = 3$. Se noti che, *nell'ipotesi in cui l'immunità al virus è totale e permanente*, un'immunità del $X\%$ della popolazione porta ad un pari abbassamento delle curve di contagio e del relativo fattore R . Per esempio, se il valore R_0 è pari a 3, la quota di immuni che serve per abbassare R fino a 1 è data dai $2/3$ della popolazione ed è quella che viene chiamata *immunità di gregge*. Una percentuale di immuni ancora più alta determina una contrazione (almeno a livello di media) dell'epidemia.

Si è letto molto sul fatto che raggiungere l'immunità di gregge, in presenza di un virus pericoloso come il SARS-CoV-2, comporti un costo insostenibile di vite umane. Vorremmo però chiarire in questa parte il ruolo giocato dalle immunità parziali, che non mi sembra sia sufficientemente compreso all'interno del dibattito pubblico. Nella situazione attuale è infatti probabile che in un certo numero di zone del nostro paese la percentuale di immuni sia assai più rilevante rispetto a quanto emergerebbe dal solo conto delle positività effettivamente riscontrate tramite tamponi. Noi (e, invero, non solo noi) riteniamo che quantificare la quantità effettiva di immuni tramite test sierologici affidabili sia centrale ai fini di stabilire le politiche da attuare nei prossimi mesi. A questo proposito, val la pena osservare che i test sierologici possono essere fatti con due obiettivi diversi:

- (a) capire **quanti** sono gli immuni
- (b) capire **quali** sono gli immuni

Ai fini dell'immunità di gregge, quello che serve di fatto è (a), per cui basta un controllo per area geografica, fatto con un campione scelto in modo statisticamente significativo e con un test per cui siano note con un buon grado di precisione le incidenze di falsi positivi e di falsi negativi. Non appena sarà disponibile un test con queste caratteristiche, questo screening dovrà partire al più presto. *Molto* più difficile è invece attuare uno screening di tipo (b) che serva a identificare, individuo per individuo, chi è positivo e chi no. In questo caso servirebbe un grado di affidabilità molto elevato, verosimilmente non disponibile per un test che dovrebbe essere comunque fatto su larghissima scala. Inoltre, ovviamente, i costi di uno screening così di massa sarebbero estremamente elevati e i tempi molto lunghi.

Supponiamo dunque, visti i risultati di uno screening sierologico di tipo (a), di essere in grado di stimare in modo sufficientemente affidabile la percentuale di immuni all'interno di una comunità. Ovviamente, qui facciamo solo delle ipotesi che servono a capire l'impatto di questa "immunità parziale"; poi, come detto più volte, le strategie effettive devono essere predisposte sulla base di dati veri. Immaginando per esempio che circa il 10% dei connazionali abbia sviluppato anticorpi e considerando il modo estremamente disomogeneo in cui il nuovo coronavirus ha colpito il paese, è verosimile aspettarsi che ci siano specifiche aree geografiche in cui gli immuni sono il 20% o anche il 30% della popolazione. Immaginando un valore R_0 pari a 3, questa immunità parziale, purtroppo pagata a caro prezzo, non è di certo sufficiente a proteggere la popolazione, ma comunque abbasserebbe (finché tale immunità dura) il fattore R di una percentuale corrispondente, con due effetti importanti:

- In ogni caso rallenterebbe la diffusione del contagio permettendo, tra l'altro, di avere più tempo per individuare eventuali focolai;
- Misure di distanziamento sociale più blande sarebbero sufficienti ad abbassare R fino a 1 (o, ancora meglio, sotto 1).

Come discuteremo più in dettaglio nel seguito, purtroppo uno scenario assai verosimile prevede che, in futuro, potranno presentarsi nuovi focolai nella diffusione del virus. Alla luce di queste considerazioni verosimilmente questi picchi epidemici saranno più veloci (e dunque anche più difficili da identificare in tempo) e più marcati nelle zone che sono state *meno colpite* questa primavera; sono dunque queste zone che dovranno essere monitorate con maggiore attenzione, specialmente nell'ottica che i fattori stagionali (di cui discuteremo tra poco) determinino una pausa nella diffusione dell'epidemia.

3.2 Stagionalità

Come abbiamo osservato, il numero R_0 è un parametro teorico, dipendente solo dalla natura del virus, che deriva dalla conoscenza della curva di contagio in condizioni "standard". La determinazione precisa di R_0 (e, più in generale, della curva di contagio che lo genera) è in realtà un problema abbastanza difficile (e infatti di solito vengono fornite stime, che vengono via via raffinate man mano che si conosce meglio il comportamento del virus). Da un punto di vista matematico questo fatto si può spiegare osservando che si tratta di una questione che appartiene alla categoria dei *problemi inversi*, oggetti che chi si occupa di modelli matematici è abituato a identificare come "brutte bestie". Per spiegare brevemente cosa si intende per "problema inverso", è meglio partire facendo un esempio di "problema diretto": determinare il tempo di raddoppio del numero di signori P positivi nota la curva di contagio. Questo problema richiede un po' di calcolo combinatorio (e un po' di teoria della misura nel caso si vogliano considerare curve di contagio continue e non costanti a tratti), ma non è nulla di matematicamente insormontabile.

Ben diverso è invece determinare le curve di contagio proprie del virus: infatti queste, come abbiamo visto, variano di continuo a seconda delle situazione ambientali; dipendono inoltre dalle condizioni dei singoli pazienti (età, stato di salute, comportamento). Quello che possiamo fare in concreto è combinare dati di carattere clinico (osservando per quanto tempo i pazienti restano positivi al virus e cercando di stimare in quale momento del decorso della malattia ha luogo il picco dell'infettività) e di carattere epidemiologico, ovvero l'andamento dei casi (tenuto conto degli effetti di ritardo e delle incertezze legate al fatto che molti Signori P possono per vari motivi sfuggire ai test) in modo tale da ricostruire in modo indiretto la forma tipica delle curve di contagio.

Un ulteriore fattore che molto probabilmente influisce sul valore R_{att} , e più in generale sulle curve di contagio, è la stagionalità; secondo molti virologi, infatti, almeno in certa misura il nuovo

coronavirus dovrebbe comportarsi come l'influenza stagionale ed attenuare i suoi effetti durante la bella stagione. Un dato a sostegno di questa ipotesi si può riscontrare nel fatto che, fortunatamente, fino a questo momento il contagio non ha “sfondato” in quasi nessuna delle grandi metropoli del terzo mondo situate in climi caldi, nonostante la presenza di quartieri affollati caratterizzati da condizioni igieniche in molti casi precarie². Ovviamente, come sempre, il problema (e si tratta sempre di un problema “inverso”, dunque di quelli difficili da affrontare) è quantificare l'abbassamento delle curve di contagio in funzione della temperatura (e magari anche dell'umidità) in modo da ottimizzare le strategie di distanziamento sociale in un modo che tenga conto anche di questi effetti. Se, come si legge, il valore di R_0 per il nuovo coronavirus è intorno a 2.6, un abbassamento durante l'estate (per esempio) del 30% genererebbe un R_{att} pari a 1.82 e potrebbe consentire un allentamento delle misure restrittive nella bella stagione, a patto di saperle nuovamente rinforzare al momento opportuno in modo da evitare, o almeno attenuare, una seconda ondata in autunno. Occorre purtroppo osservare che, nonostante i probabili effetti di protezione legati alle alte temperature e alla diversa struttura demografica, il COVID-19 può comunque rappresentare un serio pericolo per i paesi del terzo mondo; infatti, anche con un fattore R_{att} più basso, se questo è comunque maggiore di 1, in assenza di misure di contenimento l'epidemia si espande lo stesso, sebbene in modo più lento e controllabile.

Naturalmente certe particolari circostanze ambientali possono anche far salire il fattore R_{att} al di sopra di R_0 . Anche questo viene normalmente osservato con l'influenza stagionale, che spesso presenta un picco molto marcato in un certo periodo dell'anno, spesso tra febbraio e marzo: un fenomeno di del genere potrebbe essere alla base di quanto è capitato a Bergamo e in altre zone della Lombardia dove l'espansione così rapida dell'epidemia è stata forse generata anche da un valore R_{att} in quel momento molto alto; inoltre, i citati effetti di ritardo hanno contribuito a identificare il focolaio quando questo era ormai di fatto incontrollabile.

3.3 Fattori di diffusione spaziale

La descrizione di come si diffonde un'epidemia si può far rientrare matematicamente nella categoria dei “modelli macroscopici di fenomeni microscopici”. Per spiegare il significato di questa affermazione, facciamo un esempio molto “di base” e ben noto agli studenti di matematica e di fisica: la diffusione del calore per conduzione. Se noi scaldiamo un'estremità di una barretta metallica, trasferiamo energia termica alle molecole lì situate, le quali si mettono a vibrare in modo sempre più marcato e quindi trasferiscono una parte di questa energia alle molecole vicine. Tuttavia, quando noi vogliamo in qualche modo rappresentare questo fenomeno, non andiamo a guardare le iterazioni tra le singole molecole, che sono tantissime e dunque corrispondono a un livello di complessità fuori dalla portata di qualsiasi calcolatore; utilizziamo invece una grandezza macroscopica, la temperatura, la quale tiene conto dello stato energetico *medio* delle molecole stesse, ed è anche l'unica quantità che possiamo effettivamente misurare con uno strumento. È dunque in termini della temperatura che viene scritta l'*equazione del calore* che descrive (con le sue molte varianti) i fenomeni di diffusione termica.

La propagazione delle epidemie è, a suo modo, anch'essa un fenomeno di questo tipo: le persone possono essere viste come particelle microscopiche (anche se non sono così tante come le molecole di un solido), le quali, tramite le loro curve di contagio, determinano la diffusione del virus. Ci sono però parecchie differenze rilevanti tra la propagazione del calore e quella di un'epidemia: per esempio, quando il Signor P contagia un'altra persona non perde alcuna parte della sua “energia infettiva” e resta potenzialmente in grado di diffondere il virus in modo indefinito (non valgono, cioè, i principi della termodinamica). Tra le varie differenze nella struttura diffusiva dei due processi, ce n'è però una che a noi interessa più delle altre, e cioè il diverso concetto di “vicino” che caratterizza i due contesti.

In tutto quello che abbiamo scritto fino ad ora, infatti, abbiamo al più tenuto conto della variazione “temporale” dell'epidemia (e in effetti le curve di contagio sono oggetti la cui descrizione dipende solo dal tempo). Tuttavia, è altrettanto importante considerare, anche ai fini dell'implementazione di politiche efficaci, i fattori di diffusione da un luogo all'altro. Se noi immaginiamo che il Signor P sia asintomatico e porti in giro il virus per tutto il proprio periodo di infettività (per esempio rispettando la curva di contagio dell'Esempio 1, e dunque con un fattore R personale pari a 3), le 3 persone

²C'è peraltro da dire che, oltre al clima, un altro fattore appiattisce le curve di contagio nei paesi del terzo mondo, ovvero la diversa struttura demografica; i giovani, oltre ad avere sintomi più lievi, sembrerebbero, almeno secondo certi studi, essere anche più resistenti all'infezione

contagiate da P, e più in generale quelle con cui P ha contatti e che dunque sono potenzialmente contagiabili, potrebbero tendenzialmente non coincidere con quelle geograficamente vicine. Infatti P potrebbe essere un pendolare, oppure andare spesso a trovare i genitori anziani che abitano in un paese vicino. In altre parole, ogni Signor P non solo ha una propria curva di contagio individuale, ma ha anche un proprio modo di trasmettere il virus più o meno lontano.

Alcune conseguenze notevoli di questo fatto sono le seguenti:

- Nelle zone con densità di popolazione più elevata (a tutti i livelli di scala; si può parlare di una grande città così come di un vagone della metropolitana) i fattori R individuali (e il relativo fattore R_{att} complessivo) possono essere naturalmente più alti, e di conseguenza possono essere necessarie misure più severe per abbassare R . Alcune di queste misure sono intuitive (tenere il più possibile isolate le persone, usare le protezioni nei luoghi affollati); altre meno (per esempio, una volta che le persone hanno una parziale libertà di uscire, favorire che gli spostamenti avvengano da luoghi con alta densità verso luoghi aperti con bassa densità quali parchi, spiagge, campagne, sempre rispettando le distanze di sicurezza, e non costringere le persone in un raggio di pochi metri da casa creando possibili focolai specialmente in certi quartieri urbani affollati).
- Anche abbassando il fattore R legati alle singole curve di contagio in modo da generare, a livello medio, un valore R_{att} minore di 1, questo non è sufficiente a “spegnere” completamente l’epidemia se non in tempi lunghi (oppure se si riesce a portare R_{att} molto al di sotto di 1). Infatti molti fattori che influiscono sulle curve di contagio sono spazialmente non omogenei; per esempio ci possono essere zone in cui la percentuale di immuni è alta (oppure R è risulta più basso per altri fattori ambientali), dunque più protette, e altre zone in cui invece il potenziale di diffusione del virus è ancora alto. Sebbene zone con caratteristiche diverse possano essere lontane geograficamente, dal momento che la diffusione dell’epidemia, contrariamente a quella del calore, è basata su un concetto di “vicinanza” che non è quello geografico ma quello dell’interazione, identificare e isolare le aree più suscettibili non è affatto facile, specie in un mondo interconnesso come l’attuale. Come mostra ancora una volta l’esempio di Bergamo, sono probabilmente bastati pochi casi non identificati e un’errata politica di contenimento (ove si era ritenuto che l’unica zona da porre in quarantena fosse quella del lodigiano) per innescare un focolaio di proporzioni devastanti (verosimilmente amplificato, come si è detto, da particolari situazioni di elevata virulenza). Anche in presenza di un fattore R_{att} globale inferiore a 1, la presenza di zone (nel senso più ampio del termine) altamente suscettibili può quindi generare nuovi focolai anche in un contesto in cui l’epidemia va riducendosi a livello generale.
- Occorre, infine, tenere conto che il concetto di “vicinanza” ha a sua volta una natura dinamica e viene naturalmente influenzato dai cambiamenti delle condizioni al contorno. Per esempio, la ripresa dei viaggi stradali o aerei oppure l’arrivo del periodo delle vacanze potrebbero mettere in contatto comunità caratterizzate da diversi livelli di infetti e di immuni, e precedentemente isolate, favorendo l’insorgenza di nuovi focolai laddove individui infetti si inserissero improvvisamente all’interno di comunità molto suscettibili. Ovviamente è dunque necessario un monitoraggio continuo di tali situazioni e della loro evoluzione.

4 Le vie di uscita

In quest’ultima parte cerchiamo di spiegare come alcuni concetti che abbiamo introdotto in precedenza possano essere utilizzati per contribuire a gestire in modo ragionevole l’evoluzione dell’epidemia. Ripetiamo ancora una volta che intendiamo solamente proporre idee generali, ben consapevoli del fatto che le decisioni, comunque difficili, debbano sempre essere basate su dati raccolti col massimo dell’accuratezza.

Innanzitutto, come ormai si legge un po’ dappertutto, val la pena ribadire che esistono soltanto due scenari a lungo termine:

1. Estinzione dell’epidemia
2. Contenimento dell’epidemia

Il primo scenario è in effetti quello che si è riusciti ad attuare alcuni anni fa con la SARS. Tuttavia un'evoluzione di questo tipo appare difficilmente replicabile, innanzitutto perché il SARS-CoV-2 ha un grado di infettività molto più elevato del suo predecessore, e in secondo luogo perché i casi sono ormai troppi e troppo diffusi. Se anche fossimo in grado di portare R_{att} in tutta Italia molto sotto a 1 grazie a una combinazione di immunità, effetti stagionali e provvedimenti contenitivi, i casi di positività sono ormai talmente tanti e così sparpagliati (ne risultano perfino in Groenlandia) che basterebbe l'arrivo da chissà dove di un Signor P, magari ignaro e asintomatico, in una zona geografica ricca di individui suscettibili per fare esplodere in tempi brevi un nuovo focolaio. Ci sono inoltre delle zone del pianeta in cui non si può contare in un sistema di monitoraggio e contenimento efficace, e dunque vi si potrebbero annidare focolai non rilevati pronti a propagarsi in altre zone a seguito di spostamenti anche di pochissimi individui (si pensi alla difficoltà che si sta riscontrando nel provare a far “estinguere” il virus della poliomielite, che continua a ricomparire in certe zone dell'Asia centrale).

Segue quindi che, con ogni probabilità, le strategie che dobbiamo approntare devono in ogni caso riferirsi al secondo scenario, in cui si prospetta una lunga convivenza col virus. In quest'ottica la disponibilità di un vaccino risulta soltanto uno degli strumenti (comunque verosimilmente il più potente di questi) che potremmo avere a disposizione per tenere la situazione sotto controllo. Ne risulta che dovremo cercare di prendere provvedimenti che siano il più possibile *rapidi* e *adattivi*. Dobbiamo essere rapidi perché il grado di infettività del virus, come abbiamo visto, verosimilmente può variare, in modo anche improvviso e non facilmente prevedibile, a seconda delle condizioni al contorno. Dunque, in caso si verifichi un aumento improvviso del fattore R_{att} in una certa zona, occorre essere in grado di rilevare ciò più in fretta possibile per prendere provvedimenti che abbassino le curve di contagio nelle loro parti iniziali e dunque più pericolose. L'adattività è invece legata al fatto che l'evoluzione può essere in certe zone e in certi momenti positiva e in altre situazioni negativa; dunque allentamenti o inasprimenti dei provvedimenti contenitivi possono dover essere presi con azioni “ad hoc” il cui orizzonte temporale non è determinabile a priori. Forse, dunque, invece di pensare a una *timeline* predefinita per cosiddette Fasi 2 e 3 sarebbe opportuno pensare a raggruppare in modo coerente i provvedimenti in “pacchetti” (che so, codici di allerta verde, giallo, arancione, rosso, o nomenclature simili) e nell'ambito di ogni codice definire nel modo più chiaro e semplice possibile, ma allo stesso tempo con tutti i dettagli del caso, che cosa si può fare e cosa no. La popolazione e le attività produttive dovrebbero prepararsi in anticipo a considerare i provvedimenti da attuare a seconda del codice vigente e anche a passare in tempi rapidi da una situazione a un'altra, migliore o peggiore che sia.

Inoltre, soprattutto nel caso in cui i mesi estivi propongano una auspicabile tregua nel numero dei contagi, è di grande importanza portare avanti ricerche che permettano di quantificare, nel modo più robusto possibile, alcuni effetti che qui abbiamo rappresentato basandoci su dati puramente di fantasia, per esempio:

- Come sono fatte le curve di contagio reali e a quale punto delle curve di contagio, tipicamente, cominciano ad apparire i sintomi (almeno nei casi in cui questi effettivamente appaiono); come variano le curve di contagio in relazione alla classe di età ed alla presenza o meno di altre patologie;
- Come si quantificano gli effetti stagionali e quali sono i fattori stagionali di cui occorre tenere effettivamente conto;
- Quanti sono gli immuni per area geografica; quanto dura l'immunità; qual è il ruolo di un'immunità parziale; cosa succede se un soggetto con un'immunità parziale viene nuovamente in contatto col virus (si può ammalare in forma più lieve, rinforza l'immunità tipicamente senza presentare sintomi, può nuovamente trasmettere a sua volta il virus);
- Come si possono valutare quantitativamente ex post i provvedimenti attuati dai singoli paesi o comunità; quanto pesano sulle curve di contagio le misure di protezione individuale, la chiusura delle scuole, il divieto di accedere ad aree verdi, la chiusura dei bar o dei ristoranti; certi provvedimenti restrittivi sono davvero giustificati oppure gli effetti sulle curve di contagio sono risibili a fronte di un elevato costo sociale;

Ogni provvedimento che si vorrà attuare dovrebbe tenere conto in modo il più possibile oggettivo e quantitativamente robusto di tutti questi fattori in modo da individuare con precisione i provvedimenti

da includere nei vari “codici di allerta”. Inoltre le relative decisioni dovrebbero essere spiegate alla popolazione e agli agenti economici con sufficiente anticipo, adducendo motivazioni precise e rigorose, e soprattutto evitando provvedimenti presi all’improvviso sulla base dell’emergenza.

Infine, un’opportuna attenzione dovrebbe essere data alla comunicazione, in modo tale che i provvedimenti che dovranno essere attuati nelle varie fasi siano percepiti il più possibile come raccomandazioni finalizzate a massimizzare il bene degli individui e della collettività e il meno possibile come restrizioni alla libertà individuale. Questo è particolarmente importante nelle fasi successive al lockdown, dove i comportamenti delle persone “in privato”, che naturalmente (e, aggiungo, fortunatamente) in gran parte sfuggono ai controlli avranno un ruolo rilevante nel determinare l’evoluzione delle curve di contagio.

Se i provvedimenti saranno basati sull’implementazione formale di una pletora di norme dettagliatissime e talora inconsistenti, contraddittorie o inapplicabili, su un sistema di certificazioni e controlli bizantino e percepito come punitivo, l’attenzione dei cittadini sarà conseguentemente rivolta in prevalenza a questi aspetti anziché a quanto dovrebbe essere realmente importante, ovvero la necessità di modulare i propri comportamenti, pubblici e privati in modo virtuoso.

Se invece i provvedimenti saranno pochi e chiari, e i mezzi di comunicazione insisteranno sulle motivazioni alla base delle norme e sul ruolo importantissimo della responsabilità individuale anziché sugli aspetti tecnici di un complicato sistema di obblighi, premi e punzioni, è verosimile aspettarsi da parte dei cittadini una maggiore *compliance* nei confronti delle norme e anche una maggiore fiducia verso le istituzioni che devono governare questa difficile situazione. Allo stesso tempo i controlli, pur ovviamente fondamentali, dovranno essere rivolti ad evitare le effettive situazioni di pericolo, quali i grandi assembramenti, e in generale a indirizzare i comportamenti verso il bene comune riservando le sanzioni alle violazioni più gravi ed evidenti.

Forse la conclusione più importante a cui ci sentiamo di arrivare è che ciascuno di noi dovrebbe pensare di poter essere lui il Signor P che se ne va in giro, magari inconsapevolmente, rischiando di infettare altre persone, e dunque comportarsi di conseguenza, mantenendo alta l’attenzione per il bene proprio e degli altri. Questo non significa che le persone debbano autoimporsi un lockdown volontario; anzi, una costante attenzione ai propri comportamenti e al rispetto delle ormai ben note norme igieniche e di distanziamento potrebbe anche permettere una maggiore tolleranza di certe situazioni di “rischio calcolato”. In questo pensiamo soprattutto ai bambini e agli adolescenti per i quali impedire completamente e per un lungo periodo il contatto interpersonale e l’interazione ravvicinata sarebbe crudele, innaturale, oltretché verosimilmente inattuabile nella pratica.