

COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DI BASE

Prova scritta del 20 gennaio 2009

Esercizio 1. Determinare i punti di massimo e di minimo assoluti della funzione $f(x, y, z) = e^{-xyz}$ nella regione

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2, 0 \leq z \leq 1\}.$$

Esercizio 2. Si ponga, per $x \geq 0$, $f_n(x) := x^n e^{-nx}$.

(a) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{+\infty} f_n(x) \, dx.$$

(b) Determinare se la serie di funzioni $\sum f_n$, al variare di $x \in [0, +\infty)$, è convergente e specificare il tipo di convergenza (puntuale, uniforme, ecc.).

(c) Calcolare

$$\sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{+\infty} f_n(x) \, dx.$$