

# COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DI BASE

Prova scritta del 16 luglio 2009

**Esercizio 1.** Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{x^3}{x^4 + y^4} dx + \frac{y(x^2 + y^2)}{x^4 + y^4} dy$$

lungo il cammino

$$\gamma(t) = (\cos t, \sin t), \quad t \in [0, 2\pi].$$

**Esercizio 2.** (a) Determinare, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , il limite puntuale per  $n \rightarrow +\infty$  della successione di funzioni

$$u_{n,\alpha} : (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad u_{n,\alpha}(x) = n^\alpha x^n \log(nx)$$

e determinare per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  si ha convergenza uniforme nell'intervallo  $(0, 1]$ .

(b) Calcolare, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , il

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 u_{n,\alpha}(x) dx = \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 n^\alpha x^n \log(nx) dx,$$

giustificando la risposta data.