

COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DI BASE

Prova scritta del 13 febbraio 2009

Esercizio 1. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{-2xy}{x^4 + y^2} dx + \frac{x^2}{x^4 + y^2} dy$$

lungo la curva γ di equazione

$$\gamma(t) = \rho(t)(\cos \theta(t), \sin \theta(t)), \quad t \in [0, 2],$$

dove

$$\rho(t) = t^2 - 2t + 2, \quad \theta(t) = 2\pi t.$$

Esercizio 2. Sia data la successione di funzioni $\{f_n\}$ definita da

$$f_n(x) = \frac{\log nx}{(x+1)^n}, \quad x > 0.$$

- (a) Determinare il limite puntuale f della successione.
- (b) È vero o falso che $f_n \rightarrow f$ uniformemente in $(0, \infty)$?
- (c) È vero o falso che, per ogni $a > 0$, $f_n \rightarrow f$ uniformemente in $[a, \infty)$?