

## COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA II

Prova scritta del 13 luglio 2011

**Esercizio 1.** Sia data la successione di funzioni  $\{f_n\}$ ,  $f_n : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , definita da

$$f_n(x) = nx \sin\left(\frac{1}{nx}\right).$$

(a) Calcolare il limite puntuale della successione  $\{f_n\}$ . Stabilire quindi se la convergenza è uniforme sui compatti di  $(0, +\infty)$  e se è uniforme su tutto  $(0, +\infty)$ .

(b) Calcolare il

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^{+\infty} (1 - f_n(x)) \, dx,$$

giustificando la risposta data.

**Esercizio 2.** Calcolare

$$\int_{-1}^1 (1 + 2t^2)e^{t^2} \, dt.$$

**Suggerimento:** può essere utile considerare la funzione di due variabili  $f(x, y) = xe^{x^2+y^2}$ .