

Prova scritta di Istituzioni di Matematiche

23 FEBBRAIO 2006

!! Tempo a disposizione 2h e 30'.

Esercizio 1 (12 punti). Studiare la funzione

$$f(x) = (x + 1)e^{-x^2 - 2x}$$

discutendone campo d'esistenza, segno, limiti, eventuali asintoti, monotonia, massimi, minimi, concavità, convessità e flessi. Se ne tracci poi il grafico qualitativo.

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □

Esercizio 2 (7 punti). Risolvere i problemi di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = 5t^4 x^2(t) \\ x(0) = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x'(t) = 5t^4 x^2(t) \\ x(0) = 1, \end{cases}$$

precisando il dominio di ciascuna soluzione.

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □

Esercizio 3 (9 punti). Studiare il comportamento delle seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2n}}{(2n)!}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (n+3)^3 \sin\left(\frac{1}{(n+4)^4}\right), \quad \sum_{n=4}^{\infty} \frac{\log(1+3n)}{\log(n-3)}.$$

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □

Esercizio 4 (9 punti). Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{1}{3} \arctan\left(\frac{3}{x}\right) dx, \quad \int x^{2x}(1 + \log x) dx, \quad \int 18x \sin(x^2 + 3) dx.$$
