

Prova scritta di Istituzioni di Matematiche

24 FEBBRAIO 2005

!! Tempo a disposizione 2h e 30'.

Esercizio 1 (12 punti). Studiare la funzione

$$y(x) = (1+x)\log(1+x) - (1-x)\log(1-x)$$

discutendone campo d'esistenza, segno, limiti, eventuali asintoti, monotonia, massimi, minimi, concavità, convessità e flessi. Se ne tracci poi il grafico qualitativo.

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □

Esercizio 2 (9 punti). Calcolare i seguenti limiti di successioni:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 - 2)^{\frac{2}{n}}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n} + 3^{-3n} - \sin n}{\sin(-3/n)},$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \left(\cos \frac{3}{n} - 1 \right).$$

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □

Esercizio 3 (6 punti). Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} x'' + 2x' = e^{-4t} \\ x(0) = 0 \\ x'(0) = 0. \end{cases}$$

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □

Esercizio 4 (9 punti). Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

$$\int (3t + 1) \sin t \, dt, \quad \int 2t \arctan(t^2 + 16) \, dt, \quad \int \frac{t + 4}{t^2 + 16} \, dt.$$