

# Prova scritta di Istituzioni di Matematiche

10 FEBBRAIO 2005

**!! Tempo a disposizione 2h e 30'.**

**Esercizio 1 (12 punti).** Studiare la funzione

$$y(x) = e^{\frac{1}{1-x}} - \frac{1}{e}$$

discutendone campo d'esistenza, segno, limiti, eventuali asintoti, monotonia, massimi, minimi, concavità, convessità e flessi. Se ne tracci poi il grafico qualitativo.

□ □ □ □ □ □ □ □

**Esercizio 2 (9 punti).** Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \exp\left(\frac{2x^2}{2^{2x} - 3^x}\right) - \cos \frac{2}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x(e^x - 1)}{\cos x - \cos 2x},$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \left[ \log(x^2 - 2^2) + e^{\frac{1}{x-2}} \right].$$

□ □ □ □ □ □ □ □

**Esercizio 3 (6 punti).** Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} x' - tx = te^{t^2} \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

□ □ □ □ □ □ □ □

**Esercizio 4 (9 punti).** Studiare il carattere delle serie seguenti:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2n}}{(n!)^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n^{-1})}{n + 7^{-n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left( \sin^{2/3}(n^{-1}) (\arctan n) n^{1/3} \right).$$