1]

Analisi Matematica 2 Prova scritta del 15 febbraio 2023	Cognome e Nome Matricola

Osservato che f è continua su tutto $\mathbb{R}$ e considerato quindi

1. Si consideri la funzione definita da $f(y) = y + 2$ se $y \leq 0$ e da $f(y) = 3y + 2$ se $y > 0$. ~~Considerato~~ il problema di Cauchy dato dall'equazione $y' = f(y)$ con la condizione iniziale $y(-\ln 2) = -1$, calcolare $y(\ln 2)$ $\boxed{14/3}$ — punti 3

2. Sia dato il campo vettoriale $F(x, y, z) = \left(2x^3(1 + y), y^3 + 3y^2 - 3x^2y^2 + 2\alpha z^2 y, 12z^3 - 3z\right)$ e sia $A = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \text{ div } F(x, y, z) = 0\right\}$ il luogo dei punti in cui F ha divergenza nulla. Determinare per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ si ha che l'insieme A è limitato $\boxed{\alpha > -18}$ — punti 3

3. Dire per quali esponenti $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x - \sin x + (1 - e^y)^4}{(x^2 + y^2)^{4\alpha+1}}$, esiste ed è pari a 0 $\boxed{\alpha < 1/8}$ — punti 3

4. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega = 4x^5y^6\, dx + 4x^6y^5\, dy$$

lungo la curva $\gamma(t) = \pi^{-1}\left(t\cos t, t\sin(t/2)\right)$, $t \in [0, \pi]$ $\boxed{2/3}$ — punti 3

5. Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione $f(x, y) = x^2 + y^4 + (2\alpha + 6)xy$ ha un minimo relativo nell'origine $\boxed{-3}$ — punti 3

- La prova è superata se il punteggio risulta maggiore o uguale a 8/15.
- **Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti**

2)

Analisi Matematica 2	Cognome e Nome	Matricola
Prova scritta del 15 febbraio 2023		

1. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega = 4x^7y^8\,dx + 4x^8y^7\,dy$$

lungo la curva $\gamma(t) = \pi^{-1}(t\cos t, t\sin(t/2))$, $t \in [0, \pi]$ $\boxed{1/2}$ punti 3

2. Si consideri la funzione definita da $f(y) = y + 2$ se $y \le 0$ e da $f(y) = 2y + 2$ se $y > 0$.
Considerato il problema di Cauchy dato dall'equazione $y' = f(y)$ con la condizione iniziale $y(-\ln 2) = -1$, calcolare $y(\ln 2)$ $\boxed{3}$ punti 3

3. Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione $f(x, y) = x^2 + y^4 + (2\alpha + 8)xy$ ha un minimo relativo nell'origine $\boxed{-4}$ punti 3

4. Dire per quali esponenti $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x - \sin x + (1 - e^y)^4}{(x^2 + y^2)^{3\alpha+1}}$,
esiste ed è pari a 0 $\boxed{\alpha < 1/6}$ punti 3

5. Sia dato il campo vettoriale $F(x, y, z) = \left(2x^3(1 + y), y^3 + 3y^2 - 3x^2y^2 + 2\alpha z^2 y, 16z^3 - 3z\right)$
e sia $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \operatorname{div} F(x, y, z) = 0\}$ il luogo dei punti in cui F ha divergenza nulla.
Determinare per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ si ha che l'insieme A è limitato $\boxed{\alpha > -24}$ punti 3

- La prova è superata se il punteggio risulta maggiore o uguale a 8/15.
- **Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti**