

A N A L I S I U N O

appello del 27 settembre 1999

cognome e nome

firma

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così:

1. Siano H , f e F le funzioni di \mathbb{R} in \mathbb{R} definite dalle formule

$$H(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad f(x) = H\left(\sin \frac{\pi x}{2}\right) \quad F(x) = \int_1^x f(y) dy.$$

Allora l'integrale di F in $[-2, 6]$ vale:

0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

ESATTA: punti 4 BIANCA: punti 0 ERRATA: punti -1

2. Sia $\{a_n\}_{n \geq 0}$ la successione definita dalla formula

$$a_n = \frac{n}{n^2 + 32}.$$

Allora il numero $n \in \mathbb{N}$ per cui a_n è massimo vale:

0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

ESATTA: punti 4 BIANCA: punti 0 ERRATA: punti -1

3. Sia A l'insieme dei numeri complessi z che verificano le condizioni

$$z^3(z^4 - 16)(z^2 - 4z + 5) = 0 \quad \text{e} \quad \operatorname{Im} z \leq 0 \leq \operatorname{Re} z$$

e sia P il più piccolo poligono convesso che contiene A . Allora l'area di P vale:

0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

ESATTA: punti 4 BIANCA: punti 0 ERRATA: punti -1

tempo a disposizione
2 ore complessivespazio riservato
alla commissione1. 2. 3. totale

A N A L I S I U N O

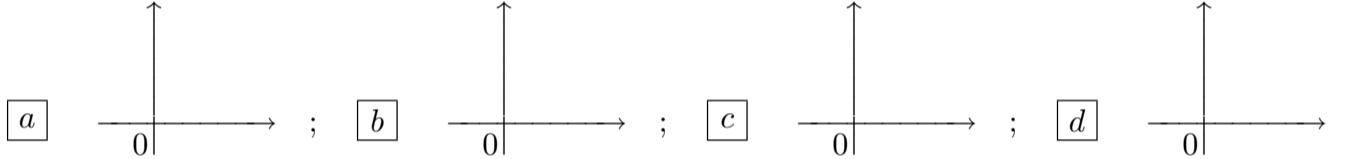
appello del 27 settembre 1999

cognome e nome

firma

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

1. Sia $f \in C^1(\mathbb{R})$ convessa. Allora: $|f|$ non è di classe C^1 ; f ha almeno un punto di minimo assoluto; $f'_-(0) \leq 0$ se f è limitata in $[0, +\infty)$; f non è integrabile in almeno una delle semirette $(-\infty, 0]$ e $[0, +\infty)$.
2. Sia $f \in C^0(0, +\infty)$ convessa in $(0, +\infty)$ e di classe C^2 in $(0, 2)$ e in $(2, +\infty)$. Allora: f è limitata in $(1, 3)$; $f''(x) > 0$ per ogni $x \in (0, +\infty)$ diverso da 2; la serie $\sum_{n=1}^{\infty} f(2 + n^{-2})$ converge; f è limitata in $(0, 2)$.
3. Sia A l'insieme costituito dai punti $z \in \mathbb{C}$ tali che $i \exp(z^2)$ sia reale. Allora: A è l'unione di un'infinità numerabile di rette; $0 \in A$; A è limitato; la retta per l'origine di coefficiente 57 interseca A .
4. Siano $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ integrabile e $F : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ data dalla formula $F(x) = \int_0^x f(y) dy$. Allora: F è continua in 1; $F \in C^1[0, 2]$; $F'(1) = f(1)$; $F'_+(1) = f(1^+)$ e $F'_(1) = f(1^-)$.
5. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)P(x) = 0$ per ogni polinomio P . Allora: f è pari, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)P''(x) = 0$ per ogni polinomio P ; f ha infiniti zeri; $f(x) = O(\exp(-x))$ per $x \rightarrow +\infty$; f è asintotica a $\exp(-x)$ per $x \rightarrow +\infty$.
6. Il grafico della funzione $f(x) = \sinh(x^{3/2}/(1+x))$, $x > 0$, è il seguente:



7. Si consideri la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^{-2\lambda}$ ove $\lambda \in \mathbb{R}$. Allora la serie: converge se e solo se $\lambda > 1/2$; converge $\forall \lambda > 0$; converge assolutamente $\forall \lambda > 0$; converge assolutamente se e solo se $\lambda > 1$.
8. Sia $f \in C^0(\mathbb{R})$ non integrabile in \mathbb{R} . Allora: la serie $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$ non converge; se f è limitata, f cambia segno infinite volte; $f(x) = o(1/x)$ per $x \rightarrow \pm\infty$; $|f|$ non è integrabile in \mathbb{R} .
9. Sia $f \in C^0(\mathbb{R})$ tale che $f(0) = 0$ e sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita dalla formula $g(x) = x|f(x)|$. Allora: se g è integrabile, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$; g è continua ma non derivabile; $g'_+(0) = 0$; g è dispari.

tempo a disposizione
2 ore complessive

Per ogni risposta:

ESATTA=punti 2, BIANCA=punti 0, ERRATA=punti -1.