A N A L I S I U N O appello del 21 settembre 1998	cognome e nome firma

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

1. Sia A l'insieme delle coppie $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ che verificano le disuguaglianze

$$y > 0 \qquad \text{e} \qquad y < x \exp(-x^2/4).$$

Allora l'area di A vale:

☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ 7. ☐ 8. ☐ 9. ☐ 10. ☐ $+\infty$.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

2. Dire se ciascuna delle serie date di seguito è: A assolutamente convergente; S semplicemente convergente; N non convergente.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{\sinh n}$$

A S N

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n - 1}{n^{1/2} + n^3}$$

A S N

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(i-1)^n}{n^2}$$

A S N

$$\sum_{n=1}^{\infty} \exp(-2 \ln n)$$

A S N

Per ogni risposta:	ESATTA: punti 1	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

3. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita dalla formula

$$f(x) = \int_0^x \frac{y-4}{9+y^2}\, dy, \qquad x \in \mathbb{R},$$

e sia A l'insieme dei numeri reali α tali che f sia convessa in $[-\alpha, \alpha]$. Allora $\sup A$ vale:

☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ 7. ☐ 8. ☐ 9. ☐ 10. ☐ $+\infty$.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

tempo a disposizione **2 ore complessive**	spazio riservato alla commissione	1. ☐	2. ☐	3. ☐	totale ☐

A N A L I S I U N O appello del 21 settembre 1998	cognome e nome firma

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

1. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Allora: $\boxed{a}$ se f è non decrescente allora f è derivabile; $\boxed{b}$ f è non decrescente se e solo se è derivabile e $f' \geq 0$; $\boxed{c}$ f è derivabile e $f' \geq 0$ se e solo se f è non decrescente; $\boxed{d}$ se f è continua in 0 e derivabile in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ e se $f'(x) \geq 0$ per ogni $x \neq 0$ allora f è non decrescente.

2. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e si supponga che 0 sia un punto di massimo relativo per f . Allora: $\boxed{a}$ esiste $\delta > 0$ tale che f è limitata superiormente in $[0, \delta]$; $\boxed{b}$ esiste $\delta > 0$ tale che f è monotona in $[0, \delta]$; $\boxed{c}$ $f'(0) = 0$; $\boxed{d}$ esiste $\delta > 0$ tale che f è limitata inferiormente in $[0, \delta]$.

3. Per $x \in \mathbb{R}$ si ponga $f(x) = \sin(x^2)$. Allora $f''(0)$ vale: $\boxed{a}$ -2 ; $\boxed{b}$ -1 ; $\boxed{c}$ 1 ; $\boxed{d}$ 2 .

4. Sia $f : [0, 2] \to \mathbb{R}$ integrabile e tale che $\int_0^2 f(x)\, dx = 6$. Allora: $\boxed{a}$ $f(x) \leq 6 \quad \forall x \in [0, 2]$; $\boxed{b}$ f è discontinua al più in un numero finito di punti; $\boxed{c}$ $\exists x \in [0, 2] : f(x) < 4$; $\boxed{d}$ $f \geq 0$.

5. Sia $\{x_n\}$ una successione reale non negativa. Allora: $\boxed{a}$ la successione $\{y_n\}$ definita dalle condizioni $y_0 = 0$ e $y_{n+1} = x_n + y_n \quad \forall n \geq 0$ non oscilla; $\boxed{b}$ la successione data ha una sottosuccessione convergente; $\boxed{c}$ il limite $\lim_{n \to \infty} x_n$ esiste ed è non negativo; $\boxed{d}$ la successione data ha una sottosuccessione divergente a $+\infty$.

6. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita dalle formule $f(x) = x / \sinh x$ se $x \neq 0$ e $f(0) = 1$. Allora: $\boxed{a}$ f non è limitata; $\boxed{b}$ f è derivabile in 0 ; $\boxed{c}$ f è continua e non derivabile in 0 ; $\boxed{d}$ f è discontinua in 0 .

7. Sia $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ una funzione non negativa in $[0, 1]$ e continua in $]0, 1[$. Allora: $\boxed{a}$ f è derivabile in $1/2$; $\boxed{b}$ f è integrabile in $[0, 1]$ secondo Riemann; $\boxed{c}$ f è integrabile in $]0, 1[$ in senso improprio; $\boxed{d}$ f è integrabile in $[0, 1]$ secondo Riemann se e solo se è limitata superiormente.

8. Sia $f \in C^\infty(\mathbb{R})$ tale che $f^{(n)}(0) = 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$. Allora: $\boxed{a}$ esistono $\delta, M > 0$ tali che $|f^{(n)}(x)| \leq M \quad \forall x \in [-\delta, \delta] \quad \forall n \in \mathbb{N}$; $\boxed{b}$ $f(x) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$; $\boxed{c}$ f è limitata; $\boxed{d}$ $f^{(57)}$ è limitata in $]0, 1[$.

9. Sia $f : [0, +\infty[\to \mathbb{R}$ una funzione monotona e infinitesima per $x \to +\infty$. Allora: $\boxed{a}$ f ha al massimo un'infinità numerabile di discontinuità; $\boxed{b}$ $f(x) \leq f(0) \quad \forall x \geq 0$; $\boxed{c}$ f è integrabile in $[0, +\infty[$; $\boxed{d}$ esiste $\alpha > 0$ tale che $f(x) = o(x^{-\alpha})$ per $x \to +\infty$.

tempo a disposizione **2 ore complessive**	**Per ogni risposta:** ESATTA=punti 2 , BIANCA=punti 0 , ERRATA=punti -1 .