

**A N A L I S I   U N O**

appello del 18 settembre 2000

cognome e nome

firma

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

- 1.** Considerata la funzione  $f$  di  $[-2, 2]$  in  $\mathbb{R}$  definita dalle formule

$$f(x) = x + 1 \quad \text{se} \quad -2 \leq x < 0 \quad \text{e} \quad f(x) = \sin(2\pi x) \quad \text{se} \quad 0 \leq x < 2$$

siano  $m$  il numero dei suoi punti di minimo relativo e  $M$  il numero dei suoi punti di massimo relativo. Allora la coppia  $(m, M)$  vale:

- (2, 1).  (2, 2).  (2, 3).  (3, 1).  (3, 2).  (3, 3).  (4, 1).  (4, 2).  (4, 3).

ESATTA: punti 4 BIANCA: punti 0 ERRATA: punti -1

- 2.** Sia  $f$  la funzione di  $[-1, 5]$  in  $\mathbb{R}$  definita dalle formule

$$f(x) = x \sin(x^4) \quad \text{se} \quad |x| \leq 1 \quad \text{e} \quad f(x) = 3|1 - |x - 3|| \quad \text{se} \quad 1 < x \leq 5.$$

Allora l'integrale di  $f$  su  $[-1, 5]$  vale:

0.  1.  2.  3.  4.  5.  6.  7.  8.  9.  10.

ESATTA: punti 4 BIANCA: punti 0 ERRATA: punti -1

- 3.** Sia  $A$  l'insieme dei punti  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  tali che la serie e l'integrale

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^5 4^n x^{2n} \quad \text{e} \quad \int_0^{\infty} \frac{t^{-y/2} \exp(-ty)}{t+5} dt$$

siano entrambi convergenti. Allora l'area di  $A$  vale:

0.  1.  2.  3.  4.  5.  6.  7.  8.  9.  10.

ESATTA: punti 4 BIANCA: punti 0 ERRATA: punti -1

tempo a disposizione  
**2 ore complessive**spazio riservato  
alla commissione1.  2.  3.  totale

|                               |                |       |
|-------------------------------|----------------|-------|
| <b>A N A L I S I   U N O</b>  | cognome e nome | firma |
| appello del 18 settembre 2000 |                |       |

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

1. Sia  $f(x) = \int_0^{x^2} \exp(-y^2) dy$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Allora  $f'(1)$  vale:  [a]  $2e^{-1}$ ;  [b]  $e^{-1}$ ;  [c]  $2e$ ;  [d]  $e$ .
  
2. Sia  $f \in C^1(\mathbb{R})$  invertibile e tale che  $f(3) = 5$  e  $f'(3) = 7$ . Posto e  $g = f^{-1}$ , risulta:  [a]  $g'(5) = 1/7$ ;  [b]  $g'(3) = 1/5$ ;  [c]  $g'(3) = 1/7$ ;  [d]  $g'(7) = 1/5$ .
  
3. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = 3$ . Allora esiste  $\delta > 0$  tale che:  [a]  $f(x) > 5$   $\forall x \in (3, 3 + \delta)$ ;  [b]  $f(x) < 4$   $\forall x \in [5, 5 + \delta]$ ;  [c]  $f(x) > 2$   $\forall x \in [5 + \delta, 5 + 2\delta]$ ;  [d]  $|f(x) - 3| \leq 1$   $\forall x \in [5, 5 + \delta]$ .
  
4. Siano  $f : [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$  a scala e  $F(x) = \int_1^x f(y) dy$ ,  $x \in [0, 5]$ . Allora  $F$  è:  [a] di classe  $C^1$ ;  [b] non derivabile in almeno un punto;  [c] lipschitziana;  [d] un polinomio.
  
5. Per  $x \rightarrow +\infty$  risulta:  [a]  $2^x = o(x^3)$ ;  [b]  $2^{-x} = O(x^{-2})$ ;  [c]  $(1/2)^{-x} = o(x)$ ;  [d]  $x^{-3} = O(2^{-x})$ .
  
6. Si consideri la funzione  $f(x) = \sqrt{x} e^{-x} \cos x$ ,  $0 \leq x \leq 4$ . Allora:  [a]  $f$  è lipschitziana;  [b]  $f$  ha almeno un punto di massimo assoluto;  [c]  $f$  è monotona;  [d]  $f$  è convessa.
  
7. La successione  $\{i^n/n\}$  è:  [a] oscillante;  [b] convergente a  $i$ ;  [c] infinitesima;  [d] divergente.
  
8. L'insieme dei punti  $z \in \mathbb{C}$  tali che  $|z| < 2$  e  $\operatorname{Re} z < \operatorname{Im} z$  è:  [a] limitato;  [b] un semipiano;  [c] un disco;  [d] vuoto.
  
9. Sia  $f \in C^1(\mathbb{R})$  tale che  $2 \leq f'(x) \leq 3$   $\forall x \in \mathbb{R}$ . Allora  $f$  è:  [a] limitata;  [b] convessa;  [c] lipschitziana;  [d] integrabile.

|  |   |
|--|---|
| tempo a disposizione<br><b>2 ore complessive</b> | <b>Per ogni risposta:</b><br>ESATTA=punti 2, BIANCA=punti 0, ERRATA=punti -1. |
|--|---|