ANALISI UNO	cognome e nome	firma
appello del 25 ottobre 1999		

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

1. Sia Γ il grafico della funzione

$$x \mapsto 4x^{-1/2}, \qquad x > 0$$

e sia P il punto che fra quelli di Γ è più vicino all'origine. Allora l'ascissa di P vale:

☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ 7. ☐ 8. ☐ 9. ☐ 10.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

2. Sia A l'insieme delle coppie $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$ tali che l'integrale

$$\int_0^\infty \left\{ \frac{e^{-\beta x}(\arctan x)^\alpha}{x^\beta} + \frac{(\arctan \sqrt{x})^4}{x^{\alpha+\beta}} \right\} dx$$

converga. Allora l'area di A vale:

☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ 7. ☐ 8. ☐ 9. ☐ 10.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

3. Sia $k \in \mathbb{N}$ tale che la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita dalle formule

$$f(x) = x^4 + x^6 \quad \text{se} \quad x \le 0 \qquad \text{e} \qquad f(x) = \sin x^2 - \sin^2 x \quad \text{se} \quad x > 0$$

appartenga a $C^k(\mathbb{R})$ ma non a $C^{k+1}(\mathbb{R})$. Allora k vale:

☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ 7. ☐ 8. ☐ 9. ☐ 10.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

tempo a disposizione **2 ore complessive**	spazio riservato alla commissione	1. ☐	2. ☐	3. ☐	totale ☐

A N A L I S I U N O	cognome e nome	firma
appello del 25 ottobre 1999		

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

1. Sia $\{a_n\}$ una successione reale con $a_n \neq 0 \quad \forall n$ tale che la serie $\sum a_n$ converga. Allora: $\boxed{a}$ la successione $\{|a_n|\}$ è non crescente; $\boxed{b}$ $\limsup(a_{n+1}/a_n) < 1$; $\boxed{c}$ $a_n = o(1/n)$ per $n \to \infty$; $\boxed{d}$ la successione $\{(-1)^n a_n\}$ è limitata.

2. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivabile in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ tale che $f'(x) = 0 \quad \forall x \neq 0$. Allora: $\boxed{a}$ $f(0) = 0$; $\boxed{b}$ f è integrabile in $[0, 1]$; $\boxed{c}$ f è continua in $\mathbb{R}$; $\boxed{d}$ f è costante.

3. Sia $f \in C^1(\mathbb{R})$ tale che $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$. Allora: $\boxed{a}$ se f è pari, allora $x = 0$ è un punto di estremo relativo per f ; $\boxed{b}$ $\lim_{x\to\infty} f'(x) = 0$; $\boxed{c}$ f ha almeno un punto di massimo assoluto o almeno un punto di minimo assoluto; $\boxed{d}$ $f(x) = o(1/x)$ per $x \to \infty$.

4. Sia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $\lim_{x\to+\infty} g(x) = 0$ e sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita dalle formule $f(0) = 0$ e $f(x) = g(\exp(1/x))$ se $x \neq 0$. Allora f è: $\boxed{a}$ dispari; $\boxed{b}$ limitata in un intorno dell'origine; $\boxed{c}$ continua a destra in 0 ; $\boxed{d}$ continua a sinistra in 0 .

5. Sia $u \in C^1(\mathbb{R})$ verificante, per ogni $x \in \mathbb{R}$, la disuguaglianza $|u(x)| < \pi/2$ e l'uguaglianza $u'(x) = x\cos^2 u(x)$. Allora: $\boxed{a}$ l'equazione $u(x) = -\pi/4$ ha almeno una soluzione; $\boxed{b}$ u ha uno e un solo punto di minimo; $\boxed{c}$ il limite $\lim_{x\to+\infty} u'(x)$ non esiste; $\boxed{d}$ u è integrabile su $[0, +\infty)$.

6. Da $\lim_{x\to0^+} f(x) = 0$ si può dedurre che: $\boxed{a}$ esiste un intorno di 0 in cui f è limitata superiormente; $\boxed{b}$ $\exists\,\delta > 0 : \ \forall x \in [0, \delta] \quad |f(x)| < 1$; $\boxed{c}$ $\forall x \in \,]0, 1[\quad f(x) < 1$; $\boxed{d}$ $\exists\,\varepsilon > 0 : \ \forall x \in [\varepsilon, 2\varepsilon] \quad f(x) > -1$.

7. Sia f integrabile secondo Riemann in $[0, 1]$ tale che $\int_0^1 f = 0$. Allora: $\boxed{a}$ esiste una successione $\{h_n\}$ di funzioni a scala in $[0, 1]$ tale che per ogni n valgano le disuguaglianze $h_n \geq f$ e $\int_0^1 h_n \leq 1/n$; $\boxed{b}$ $f(x) = 0 \quad \forall x \in [0, 1]$; $\boxed{c}$ l'insieme dei punti $x \in [0, 1]$ tali che $f(x) \neq 0$ è finito; $\boxed{d}$ esiste una funzione a scala $h \geq f$ in $[0, 1]$ tale che $\int_0^1 h \leq 0$.

8. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivabile in 0 . Allora: $\boxed{a}$ $x = 0$ è un punto di estremo relativo per f ; $\boxed{b}$ f è continua in un intorno di 0 ; $\boxed{c}$ f è limitata superiormente in un intorno di 0 ; $\boxed{d}$ $f(x) = o(x)$ per $x \to 0$.

9. Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ un insieme infinito tale che $\sup A = 0$. Allora: $\boxed{a}$ $\forall \alpha \in \,]0, \pi/2[\quad \exists x \in A :$ $x + \sin\alpha > 0$; $\boxed{b}$ $0 \notin A$; $\boxed{c}$ A è limitato; $\boxed{d}$ $\forall x \in A \quad x < 0$.

tempo a disposizione	**Per ogni risposta:**
2 ore complessive	ESATTA=punti 2 , BIANCA=punti 0 , ERRATA=punti −1 .