A N A L I S I U N O	cognome e nome	firma
appello del 19 ottobre 1998		

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

1. Per ogni numero reale $\alpha > 0$ si definisca la funzione

$$f_\alpha : [0,1] \to \mathbb{R}, \qquad f_\alpha(x) = xe^{-\alpha x^2/4}$$

e sia A l'insieme dei numeri reali $\alpha > 0$ tali che il punto $x = 1$ sia un punto di minimo relativo per f_α . Allora l'estremo inferiore di A vale:

☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ 7. ☐ 8. ☐ 9. ☐ 10. ☐ $+\infty$.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

2. Dire se ciascuno degli integrali dati di seguito è: A assolutamente convergente; S semplicemente convergente; N non convergente.

$$\int_\pi^\infty x^3 e^{-x/3} \sin 3x \, dx$$

A S N

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x^7 - x - 7}$$

A S N

$$\int_0^1 \frac{(\ln x)^2}{\sin \pi x} \, dx$$

A S N

$$\int_0^\pi \sin \frac{1}{x} \, dx$$

A S N

Per ogni risposta:	ESATTA: punti 1	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

3. Siano $f, g, F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ le funzioni definite dalle formule

$$f(x) = \begin{cases} \arctan \dfrac{1}{x-5} + \arctan \dfrac{1}{x-4} & \text{se } x \neq 5 \text{ e } x \neq 4 \\ 0 & \text{se } x = 5 \text{ o } x = 4 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x/3 \in \mathbb{Z} \\ 0 & \text{se } x/3 \notin \mathbb{Z} \end{cases} \qquad \text{e} \qquad F(x) = \int_0^x \big(f(y) + g(y)\big)\, dy$$

e sia A l'insieme dei numeri reali $\alpha > 0$ tali che F sia derivabile in $]0, \alpha[$. Allora $\sup A$ vale:

☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ 7. ☐ 8. ☐ 9. ☐ 10. ☐ $+\infty$.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

tempo a disposizione **2 ore complessive**	spazio riservato alla commissione	1. ☐	2. ☐	3. ☐	totale ☐

A N A L I S I U N O	cognome e nome firma
appello del 19 ottobre 1998	

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

1. Siano $\sum a_n$ e $\sum b_n$ due serie reali. Allora perché converga la serie $\sum a_n$ è sufficiente che: $\boxed{a}$ $\sum b_n$ converga e $\forall n \quad |a_n| \le |b_n|$; $\boxed{b}$ $\sum b_n$ converga e $\forall n \quad a_n \le b_n$; $\boxed{c}$ $\sum b_n$ converga assolutamente e $\forall n \quad a_n \le b_n$; $\boxed{d}$ $\sum b_n$ converga e $\forall n \quad |a_n| \le b_n$.

2. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivabile e tale che $f'(0) = 0$. Allora: $\boxed{a}$ f è monotona, oppure convessa, oppure concava in un opportuno intorno di 0 ; $\boxed{b}$ f ha in 0 un massimo relativo o un minimo relativo; $\boxed{c}$ f è limitata in un opportuno intorno di 0 ; $\boxed{d}$ f ha in 0 un massimo relativo o un minimo relativo o un flesso.

3. La formula $\int_0^1 f(x)\,dx = -\int_0^1 x f'(x)\,dx$ è vera se: $\boxed{a}$ f è derivabile in $[0,1]$ e f' è continua e limitata in $]0,1[$; $\boxed{b}$ f è di classe C^∞ in $[0,1]$; $\boxed{c}$ f è di classe C^2 in $[0,1]$ e $f(1) = 0$; $\boxed{d}$ f è di classe C^1 in $[0,1]$ e $f'(1) = 0$.

4. La funzione $f(x) = x \ln x$, $x > 0$, è: $\boxed{a}$ $o(x^2)$ per $x \to 0^+$; $\boxed{b}$ $o(x)$ per $x \to 0^+$; $\boxed{c}$ $o(x)$ per $x \to +\infty$; $\boxed{d}$ $o(x^2)$ per $x \to +\infty$.

5. Perché una successione complessa $\{z_n\}$ abbia una sottosuccessione convergente è sufficiente che: $\boxed{a}$ la successione $\{|z_n|\}$ abbia una sottosuccessione convergente; $\boxed{b}$ ciascuna delle successioni $\{\mathrm{Re}\, z_n\}$ e $\{\mathrm{Im}\, z_n\}$ abbia una sottosuccessione convergente; $\boxed{c}$ ciascuna delle successioni $\{\mathrm{Re}\, z_n\}$ e $\{\mathrm{Im}\, z_n\}$ sia limitata; $\boxed{d}$ la successione $\{z_n\}$ sia reale.

6. La funzione $f(x) = 1/x$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, è: $\boxed{a}$ invertibile; $\boxed{b}$ non derivabile in almeno un punto del suo dominio; $\boxed{c}$ monotona; $\boxed{d}$ discontinua in almeno un punto del suo dominio.

7. Sia $z \in \mathbb{C}$. Perché $\mathrm{Re}(z^2) > 0$ è sufficiente che: $\boxed{a}$ $\mathrm{Re}\, z < 0$; $\boxed{b}$ $\mathrm{Re}\, z > 0$; $\boxed{c}$ $\mathrm{Im}\, z \ge 0$; $\boxed{d}$ $0 < \mathrm{Im}\, z < \mathrm{Re}\, z$.

8. La funzione arccos è: $\boxed{a}$ lipschitziana; $\boxed{b}$ l'inversa della funzione cos ; $\boxed{c}$ convessa; $\boxed{d}$ l'inversa di una restrizione opportuna di cos .

9. Perché una funzione $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ sia integrabile secondo Riemann è sufficiente che: $\boxed{a}$ f sia concava; $\boxed{b}$ f sia limitata; $\boxed{c}$ f sia discontinua al più in un numero finito di punti; $\boxed{d}$ esistano due funzioni a scala g e h tali che $g \le f \le h$.

tempo a disposizione **2 ore complessive**	**Per ogni risposta:** ESATTA=punti 2 , BIANCA=punti 0 , ERRATA=punti -1 .