A N A L I S I U N O	cognome e nome	firma
appello del 5 luglio 1999		

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

1. Si consideri la funzione $f : [-2\pi, 2\pi] \to \mathbb{R}$ data dalla formula

$$f(x) = \int_{\pi}^{x} \left(\sin y + \frac{1}{2} \operatorname{sign} y\right) dy, \qquad -2\pi \le x \le 2\pi.$$

Allora il numero di punti di estremo relativo per f è:

☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ 7. ☐ 8. ☐ 9. ☐ 10.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

2. Sia $P(x)$ il polinomio di Taylor di centro 0 e ordine 10 della funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita dalla formula

$$f(x) = 2x \sin(3x^2), \qquad x \in \mathbb{R}.$$

Allora $P(1)$ vale:

☐ −5. ☐ −4. ☐ −3. ☐ −2. ☐ −1. ☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

3. Sia Γ il grafico della funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data dalla formula

$$f(x) = 7 \exp(x/4), \qquad x \in \mathbb{R}.$$

Detta T la retta tangente a Γ e passante per $(-1, 0)$, sia P il punto di contatto fra T e Γ . Allora l'ascissa di P vale:

☐ −5. ☐ −4. ☐ −3. ☐ −2. ☐ −1. ☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

tempo a disposizione **2 ore complessive**	spazio riservato alla commissione	1. ☐	2. ☐	3. ☐	totale ☐

A N A L I S I U N O	cognome e nome	firma
appello del 5 luglio 1999		

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

1. Sia $\{a_n\}_{n\geq 0}$ una successione infinitesima e, per $n \geq 1$, si ponga $b_n = a_n - a_{n-1}$. Allora: $\boxed{a}$ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge; $\boxed{b}$ né $\{b_n\}$ né $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ convergono; $\boxed{c}$ $\{b_n\}$ converge ma $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ non converge; $\boxed{d}$ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge ma $\{b_n\}$ non converge.

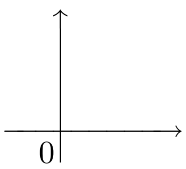
2. Sia $u \in C^1(-2,2)$ tale che $u(0) = 1$, $u(-1) < 0$ e $u(1) < 0$. Allora: $\boxed{a}$ $\forall \varepsilon > 0$ $\exists x_\varepsilon \in (-2,2)$: $u'(x_\varepsilon) = 1 + \varepsilon$; $\boxed{b}$ esiste uno e un solo $c \in (-1,1)$ tale che $u'(c) = 0$; $\boxed{c}$ esistono $a, b \in (-2,2)$ tali che $a \neq b$ e $\int_a^b u(x)\,dx = 0$; $\boxed{d}$ $\lim_{x\to 0} u(u(x)) \in [0,1]$.

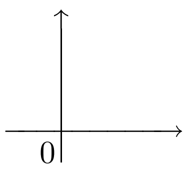
3. Sia $f \in C^2(0,+\infty)$ con $f''(x) > 0$ $\forall x > 0$ e tale che il limite $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ esista, finito o meno, e sia ≥ 0. Allora: $\boxed{a}$ $\lim_{x\to+\infty} f(x)f'(x) = +\infty$; $\boxed{b}$ $\lim_{x\to+\infty} f'(x) \in \mathbb{R}$; $\boxed{c}$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) \in \mathbb{R}$; $\boxed{d}$ esiste $\lambda \in \mathbb{R}$ tale che $f(x) \geq \lambda$ $\forall x > 0$.

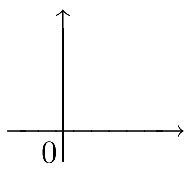
4. Sia $\{a_n\}$ una successione reale tale che $0 < a_{n+2} \leq a_n$ $\forall n$. Allora: $\boxed{a}$ $\{a_n\}$ è infinitesima; $\boxed{b}$ $\{a_n\}$ è monotona; $\boxed{c}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{n+4}}{n^2 a_n}$ converge; $\boxed{d}$ $a_n \leq a_1$ $\forall n$.

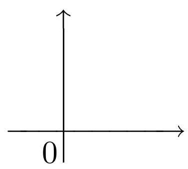
5. Sia $u \in C^1(-2,2)$ dispari. Allora $\boxed{a}$ $u'(x) \geq 0$ $\forall x \in (-2,2)$; $\boxed{b}$ $\sum_{n=1}^{\infty} u(1/n^2)$ converge; $\boxed{c}$ $|u(x)| < \int_0^1 |u'(y)|\,dy$ $\forall x \in [-1,1]$; $\boxed{d}$ $u'(-x) = -u(x)$ $\forall x \in (-2,2)$.

6. Il grafico della funzione $f(x) = \sinh\big(|x-1|^{\pi/3}\big) \cdot \arctan(x)^+$, $x \in \mathbb{R}$, è il seguente:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

7. Sia $u \in C^1(\mathbb{R})$ tale che $u(0) = 3$ e $|u'(x)| > 2$ $\forall x \in \mathbb{R}$. Allora: $\boxed{a}$ $u(1) > 5$; $\boxed{b}$ $u(1) = 3$; $\boxed{c}$ $u(1) < 3$; $\boxed{d}$ $u(1) \neq 4$.

8. Sia $u \in C^1([0,+\infty[)$ tale che per ogni $x \geq 0$ valgano l'equazione $u'(x) = \sin u(x)$ e le disuguaglianze $0 < u(x) < \pi$. Allora: $\boxed{a}$ u' è periodica; $\boxed{b}$ u ha un flesso; $\boxed{c}$ u è monotona; $\boxed{d}$ u è infinitesima per $x \to +\infty$.

9. Il numero delle soluzioni complesse (distinte) dell'equazione $\overline{z}z^2 - 2 = 0$ è: $\boxed{a}$ 4 ; $\boxed{b}$ 1 ; $\boxed{c}$ 2 ; $\boxed{d}$ 3 .

tempo a disposizione	**Per ogni risposta:**
2 ore complessive	ESATTA=punti 2 , BIANCA=punti 0 , ERRATA=punti −1 .