A N A L I S I U N O appello dell'8 luglio 1998	cognome e nome	firma

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

1. Sia A l'insieme delle coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ che verificano le disuguaglianze

$$|x| \leq 1, \qquad y \geq 0, \qquad y \leq 16\,(x)^+ \arctan x$$

e sia a l'area di A. Allora la parte intera di a vale:

☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ 7. ☐ 8. ☐ 9. ☐ 10.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

2. Denotata con $[\,\cdot\,]$ la parte intera, per $\alpha \in \mathbb{R}$ si considerino le funzioni di $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ definite dalle formule date di seguito. Dire se ciascuna di esse è continua nell'origine: $\boxed{\text{N}}$ per nessun valore di α; $\boxed{\text{U}}$ per uno e un solo valore di α; $\boxed{\text{P}}$ per più di un valore di α.

$$\begin{cases} \sin^2 x & \text{se } x \geq 0 \\ \alpha(4 + x^2) & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

N U P

$$\alpha \int_0^x [3 + y^3]^2 \, dy$$

N U P

$$\begin{cases} (x - \sinh x)x^{-7/3} & \text{se } x > 0 \\ x^2 + \alpha x & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

N U P

$$\begin{cases} \ln(e + 5|x|^{-\alpha}) & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

N U P

Per ogni risposta:	ESATTA: punti 1	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

3. Per $\alpha \in \mathbb{R}$ si consideri la funzione $f_\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data dalla formula

$$f_\alpha(x) = \alpha x^2 + 5 \sin x, \qquad x \in \mathbb{R}.$$

Allora il minimo valore di α, fra quelli elencati di seguito, per cui f_α è convessa vale:

☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ 7. ☐ 8. ☐ 9. ☐ 10.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

tempo a disposizione **2 ore complessive**	spazio riservato alla commissione	1. ☐	2. ☐	3. ☐	totale ☐

A N A L I S I U N O appello dell'8 luglio 1998	cognome e nome firma

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

1. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che la restrizione di f a $]0, +\infty[$ sia costante. Allora: $\boxed{a}$ $f'(0) = 0$; $\boxed{b}$ f ha derivata destra in 0 , finita o meno; $\boxed{c}$ f ha derivata destra nulla in 0 ; $\boxed{d}$ f ha derivata destra finita in 0 se e solo se f è continua in 0 .

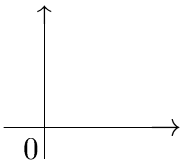
2. Sia $u \in C^\infty(\mathbb{R})$ tale che $u'(x) = \arctan u(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$ e $u(0) = 1$. Allora $u''(0)$ vale: $\boxed{a}$ π ; $\boxed{b}$ $\pi/8$; $\boxed{c}$ $\pi/4$; $\boxed{d}$ $\pi/2$.

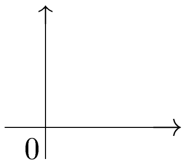
3. Per $\alpha \in \mathbb{R}$ si consideri la serie $\sum_{n=2}^{\infty} (\cos n\pi) n^{-\alpha} (\ln n)^{-\alpha-1}$ e sia A l'insieme dei valori di α per i quali essa converga. Allora: $\boxed{a}$ $A \supseteq\,]0, 1]$; $\boxed{b}$ $A = [1, +\infty[$; $\boxed{c}$ $A =]1, +\infty[$; $\boxed{d}$ $A =]0, 1]$.

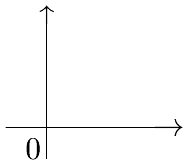
4. Sia $u : [0, +\infty[\to \mathbb{R}$ integrabile in senso improprio. Allora: $\boxed{a}$ $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x}\int_0^x u(y)\, dy = 0$; $\boxed{b}$ u è limitata; $\boxed{c}$ $\lim_{x\to+\infty} u(x) = 0$; $\boxed{d}$ l'insieme delle discontinuità di u è al più numerabile.

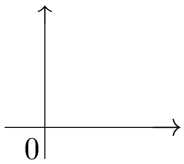
5. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$. Allora esiste $y > 0$ tale che: $\boxed{a}$ f è monotona in $[y, +\infty[$; $\boxed{b}$ $f(x) \le 3 \quad \forall x \ge y$; $\boxed{c}$ $f(x) \le 2 \quad \forall x \ge y$; $\boxed{d}$ $|f(x)| \le 2 \quad \forall x \ge y$.

6. Il grafico della funzione $f(x) = \frac{\pi}{2} x^{3/4} - \arcsin x$, $0 \le x \le 1$, è il seguente:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

7. Per $n \in \mathbb{N}$ sia $I_n = \int_0^\infty x^n e^{-x}\, dx$. Allora il rapporto I_{57}/I_{56} vale: $\boxed{a}$ 58 ; $\boxed{b}$ 55 ; $\boxed{c}$ 56 ; $\boxed{d}$ 57 .

8. Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ tale che $\sup A \le 0$. Allora: $\boxed{a}$ $x \le 1 \quad \forall x \in A$; $\boxed{b}$ $A \ne \emptyset$; $\boxed{c}$ $0 \in A$; $\boxed{d}$ $x < 0 \quad \forall x \in A$.

9. Siano $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $g(x) = x^2 f(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Allora: $\boxed{a}$ g è integrabile in $[0, 1]$ secondo Riemann; $\boxed{b}$ g è derivabile in 0 ; $\boxed{c}$ $|g|$ è derivabile in 0 se f è limitata; $\boxed{d}$ g è continua in $\mathbb{R}$ se e solo se f lo è.

tempo a disposizione **2 ore complessive**	**Per ogni risposta:** ESATTA=punti 2 , BIANCA=punti 0 , ERRATA=punti −1 .