A N A L I S I U N O appello dell'8 luglio 1998	cognome e nome firma

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

1. Sia A l'insieme delle coppie $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ che verificano le disuguaglianze

$$|x| \le 1, \qquad y \ge 0, \qquad y \le 16\,(x)^+ \arctan x$$

e sia a l'area di A . Allora la parte intera di a vale:

☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ 7. ☐ 8. ☐ 9. ☐ 10.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti -1

---

2. Denotata con $[\,\cdot\,]$ la parte intera, per $\alpha \in \mathbb{R}$ si considerino le funzioni di $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ definite dalle formule date di seguito. Dire se ciascuna di esse è continua nell'origine: N per nessun valore di α ; U per uno e un solo valore di α ; P per più di un valore di α .

$$\begin{cases} \sin^2 x & \text{se } x \ge 0 \\ \alpha(4+x^2) & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

N U P

$$\alpha \int_0^x [3+y^3]^2\,dy$$

N U P

$$\begin{cases} (x-\sinh x)x^{-7/3} & \text{se } x > 0 \\ x^2+\alpha x & \text{se } x \le 0 \end{cases}$$

N U P

$$\begin{cases} \ln(e+5|x|^{-\alpha}) & \text{se } x \ne 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

N U P

Per ogni risposta:	ESATTA: punti 1	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti -1

---

3. Per $\alpha \in \mathbb{R}$ si consideri la funzione $f_\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data dalla formula

$$f_\alpha(x) = \alpha x^2 + 5\sin x, \qquad x \in \mathbb{R}.$$

Allora il minimo valore di α , fra quelli elencati di seguito, per cui f_α è convessa vale:

☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ 7. ☐ 8. ☐ 9. ☐ 10.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti -1

---

tempo a disposizione **2 ore complessive**	spazio riservato alla commissione	1. ☐	2. ☐	3. ☐	totale ☐

A N A L I S I U N O	cognome e nome	firma
appello dell'8 luglio 1998		

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

1. Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tale che la restrizione di f a $]0,+\infty[$ sia costante. Allora: $\boxed{a}$ $f'(0)=0$; $\boxed{b}$ f ha derivata destra in 0 , finita o meno; $\boxed{c}$ f ha derivata destra nulla in 0 ; $\boxed{d}$ f ha derivata destra finita in 0 se e solo se f è continua in 0 .

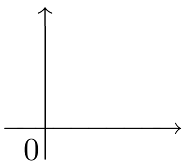
2. Sia $u\in C^\infty(\mathbb{R})$ tale che $u'(x)=\arctan u(x)$ $\forall\, x\in\mathbb{R}$ e $u(0)=1$. Allora $u''(0)$ vale: $\boxed{a}$ π ; $\boxed{b}$ $\pi/8$; $\boxed{c}$ $\pi/4$; $\boxed{d}$ $\pi/2$.

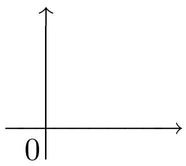
3. Per $\alpha\in\mathbb{R}$ si consideri la serie $\sum_{n=2}^\infty(\cos n\pi)n^{-\alpha}(\ln n)^{-\alpha-1}$ e sia A l'insieme dei valori di α per i quali essa converga. Allora: $\boxed{a}$ $A\supseteq\,]0,1]$; $\boxed{b}$ $A=[1,+\infty[$; $\boxed{c}$ $A=\,]1,+\infty[$; $\boxed{d}$ $A=\,]0,1]$.

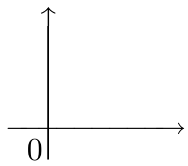
4. Sia $u:[0,+\infty[\,\to\mathbb{R}$ integrabile in senso improprio. Allora: $\boxed{a}$ $\lim_{x\to+\infty}\int_0^x u(y)\,dy=0$; $\boxed{b}$ u è limitata; $\boxed{c}$ $\lim_{x\to+\infty}u(x)=0$; $\boxed{d}$ l'insieme delle discontinuità di u è al più numerabile.

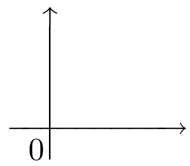
5. Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tale che $\lim_{x\to+\infty}f(x)=2$. Allora esiste $y>0$ tale che: $\boxed{a}$ f è monotona in $[y,+\infty[$; $\boxed{b}$ $f(x)\le 3$ $\forall\, x\ge y$; $\boxed{c}$ $f(x)\le 2$ $\forall\, x\ge y$; $\boxed{d}$ $|f(x)|\le 2$ $\forall\, x\ge y$.

6. Il grafico della funzione $f(x)=\dfrac{\pi}{2}x^{3/4}-\arcsin x$, $0\le x\le 1$, è il seguente:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

7. Per $n\in\mathbb{N}$ sia $I_n=\int_0^\infty x^n\,e^{-x}\,dx$. Allora il rapporto I_{57}/I_{56} vale: $\boxed{a}$ 58 ; $\boxed{b}$ 55 ; $\boxed{c}$ 56 ; $\boxed{d}$ 57 .

8. Sia $A\subseteq\mathbb{R}$ tale che $\sup A\le 0$. Allora: $\boxed{a}$ $x\le 1$ $\forall\, x\in A$; $\boxed{b}$ $A\ne\emptyset$; $\boxed{c}$ $0\in A$; $\boxed{d}$ $x<0$ $\forall\, x\in A$.

9. Siano $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tali che $g(x)=x^2f(x)$ $\forall\, x\in\mathbb{R}$. Allora: $\boxed{a}$ g è integrabile in $[0,1]$ secondo Riemann; $\boxed{b}$ g è derivabile in 0 ; $\boxed{c}$ $|g|$ è derivabile in 0 se f è limitata; $\boxed{d}$ g è continua in $\mathbb{R}$ se e solo se f lo è.

tempo a disposizione	**Per ogni risposta:**
2 ore complessive	ESATTA=punti 2 , BIANCA=punti 0 , ERRATA=punti -1 .