A N A L I S I U N O	cognome e nome	firma
appello dell'11 luglio 2000		

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

1. Siano f e F le funzioni di $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ definite dalle formule

$$f(x) = \begin{cases} 2(3-x) & \text{se } |x-3| \leq 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \qquad \text{e} \qquad F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(y)\,dy.$$

Allora $\sup_{x\in\mathbb{R}} F(x)$ vale:

☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ 7. ☐ 8. ☐ 9. ☐ 10.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

2. Siano f e g le funzioni di $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ definite dalle formule

$$f(x) = \min\{1, 4-|x|\} \qquad \text{e} \qquad g(x) = \max\{0, f(x)\}$$

e sia A l'insieme dei punti $x \in \mathbb{R}$ tali che la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\big(-g(x)\big)^n}{n}$$

converga semplicemente. Allora $\sup A - \inf A$ vale:

☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ 7. ☐ 8. ☐ 9. ☐ 10.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

3. Sia f la funzione di $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ definita dalle formule

$$f(x) = x\exp(-x/5) \quad \text{se } x > 0 \qquad \text{e} \qquad f(x) = x \quad \text{se } x \leq 0$$

e sia A l'insieme dei numeri reali α tali che f sia concava in $[\alpha, \alpha+3]$. Allora $\sup A$ vale:

☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ 7. ☐ 8. ☐ 9. ☐ 10.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

tempo a disposizione **2 ore complessive**	spazio riservato alla commissione	1. ☐	2. ☐	3. ☐	totale ☐

A N A L I S I U N O appello dell'11 luglio 2000	cognome e nome firma

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

1. La funzione $f(x) = x \tanh x$, $x \in \mathbb{R}$, è: $\boxed{a}$ monotona; $\boxed{b}$ lipschitziana; $\boxed{c}$ limitata; $\boxed{d}$ convessa.

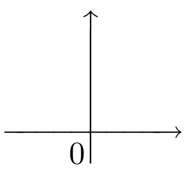
2. Sia $f \in C^1(\mathbb{R})$ tale che i limiti $\lambda = \lim_{x\to+\infty} f(x)$ e $\mu = \lim_{x\to+\infty} f'(x)$ esistano finiti o infiniti. Allora: $\boxed{a}$ $\lambda = +\infty$ se $\mu = 1$; $\boxed{b}$ $\lambda = \pm\mu$; $\boxed{c}$ $\mu = 0$ se f è monotona; $\boxed{d}$ $\mu = 0$ se f è convessa.

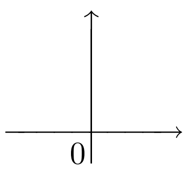
3. Sia $f \in C^2\,[0,1]$ tale che $f'(0) = f'(1) = 0$. Allora: $\boxed{a}$ esiste $x \in (0,1)$ tale che $f'(x) = 0$; $\boxed{b}$ esiste $x \in (0,1)$ tale che $f(x) = 0$; $\boxed{c}$ almeno uno dei punti 0 e 1 è di estremo relativo; $\boxed{d}$ esiste $x \in (0,1)$ tale che $f''(x) = 0$.

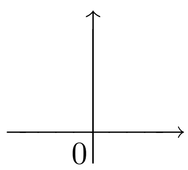
4. Siano $f \in C^1(\mathbb{R})$ integrabile in $\mathbb{R}$ e si ponga $F(x) = \int_0^x f(y)\,dy$ per $x \in \mathbb{R}$. Allora: $\boxed{a}$ esiste $a \in \mathbb{R}$ tale che F sia convessa oppure concava in $(a, +\infty)$; $\boxed{b}$ F è infinitesima per $x \to +\infty$; $\boxed{c}$ F è limitata; $\boxed{d}$ F è lipschitziana.

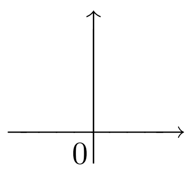
5. Sia $f \in C^\infty(\mathbb{R})$ e sia $P_n(x)$ il suo polinomio di Taylor di ordine n e centro $x = 0$. Allora: $\boxed{a}$ se $|f^{(n)}(x)| \le 1$ per ogni $x \in [-1,1]$ e per ogni $n \in \mathbb{N}$ allora $\lim_{n\to\infty} P_n(x) = f(x)$ per ogni $x \in [-1,1]$; $\boxed{b}$ $\lim_{n\to\infty} P_n(x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$; $\boxed{c}$ se P_n è dispari per ogni $n \in \mathbb{N}$, anche f è dispari; $\boxed{d}$ se $|P_n(x)| \le 1$ per ogni $x \in [-1,1]$ e per ogni $n \in \mathbb{N}$ allora $\lim_{n\to\infty} P_n(x) = f(x)$ per ogni $x \in [-1,1]$.

6. Parte del grafico della funzione $f(x) = 1 + |x| - \cos|x|$ è il seguente:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

7. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ pari e limitata. Allora $\boxed{a}$ $f(0) = 0$; $\boxed{b}$ 0 è un punto di massimo o di minimo relativo per f ; $\boxed{c}$ $f'(0) = 0$; $\boxed{d}$ esistono $x_0 \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{N}$ tali che $|f(x)| \le n|f(x_0)|$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

8. Sia $f \in C^\infty(\mathbb{R})$ convessa. Allora è convessa anche la funzione $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita dalla formula: $\boxed{a}$ $g(x) = x^2 f(x)$; $\boxed{b}$ $g(x) = f^2(x)$; $\boxed{c}$ $g(x) = f(x^2)$; $\boxed{d}$ $g(x) = f(x) + x + |\sinh x|$.

9. Sia A l'insieme dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che $|\operatorname{Re} z - 12| + |\operatorname{Im} z - 1| < 2$. Allora l'area di A vale: $\boxed{a}$ 8 ; $\boxed{b}$ 32 ; $\boxed{c}$ 0 ; $\boxed{d}$ 16 .

tempo a disposizione **2 ore complessive**	**Per ogni risposta:** ESATTA=punti 2 , BIANCA=punti 0 , ERRATA=punti -1 .