

A N A L I S I U N O <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px 5px;">EI/3</div> 9 giugno 2000	cognome e nome firma
---	---

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

Per ogni risposta:	ESATTA: punti 3	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti -1
--------------------	-------------------	-------------------	--------------------

Tempo a disposizione: 1 ora

1. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione periodica. Allora: a f è limitata se e solo se è continua; b f non è costante; c f non ha limite per $x \rightarrow +\infty$; d f è uniformemente continua se e solo se è continua.

2. Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} (5/x^5) \int_0^x y^4 \cos^3 y \, dy$ vale: a 3; b 0; c 1; d 2.

3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione non decrescente e, per $x \in \mathbb{R}$, si ponga $F(x) = \int_7^x f(y) \, dy$. Allora la funzione F è: a non decrescente; b concava; c non positiva; d derivabile in 4 se e solo se f è continua in 4.

4. Sia $f(x) = x^{-\alpha} \cos x$, $x \geq \pi$. Allora: a f è assolutamente integrabile in $[\pi, +\infty[$ se e solo se $\alpha > 0$; b per ogni $\alpha > 0$ f è integrabile in $[\pi, +\infty[$; c per per ogni $\alpha \in]0, 1[$ f non integrabile in $[\pi, +\infty[$; d f è integrabile in $[\pi, +\infty[$ se e solo se $\alpha > 1$.

5. Sia $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua e integrabile. Allora: a il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_{1/x}^{4x^3} f(y) \, dy$ esiste ed è finito; b la serie $\sum_{n=0}^{\infty} f(n)$ converge; c f è limitata; d $\exists \alpha > 1 : f(x) = O(x^{-\alpha})$ per $x \rightarrow +\infty$.

6. Sia $f(x) \in C^\infty(\mathbb{R})$ tale che $f^{(n)}(0) = e^{2-n}$ e $f^{(n)}(1) = e^{n-2}$ per ogni $n \geq 0$. Allora $\exists x \in \mathbb{R}$ tale che: a $f'''(x) = 0$; b $f(x) = 0$; c $f'(x) = 0$; d $f''(x) = 0$.

7. Sia $f \in C^0[0, +\infty[$ tale che $f(0) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$. Allora: a f è uniformemente continua; b f non ha massimo assoluto; c f non ha minimo assoluto; d f ha massimo assoluto.

8. Sia P un polinomio di grado 9 a coefficienti interi. Allora: a $\exists! x \in \mathbb{R} : P^{(5)}(x) = 0$; b $\exists x \in \mathbb{R} : P^{(6)}(x) = 0$; c $\exists! x \in \mathbb{R} : P^{(6)}(x) = 0$; d $\exists x \in \mathbb{R} : P^{(5)}(x) = 0$.

9. Sia $f \in C^1[0, +\infty[$ tale che $\liminf_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$, $\limsup_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$, $f(0) = 0$ e $f(1) = 5$. Allora: a la derivata di f non è limitata; b f ha almeno un punto di minimo assoluto; c f ha infiniti punti di minimo assoluto; d f non ha punti di massimo assoluto.

10. Siano I un intervallo e $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione convessa e derivabile. Allora: a f è monotona; b $f \in C^1(I)$; c $f \in C^2(I)$; d $f \in C^1(I)$ ma $f \notin C^2(I)$.

Spazio riservato alla commissione