

ANALISI UNO	cognome e nome	firma
EI/3	9 giugno 2000	

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così:

Per ogni risposta:	ESATTA: punti 3	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti -1
--------------------	-----------------	-----------------	------------------

Tempo a disposizione: 1 ora

1. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione periodica. Allora: f è limitata se e solo se è continua; f non è costante; f non ha limite per $x \rightarrow +\infty$; f è uniformemente continua se e solo se è continua.
2. Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} (5/x^5) \int_0^x y^4 \cos^3 y dy$ vale: 3; 0; 1; 2.
3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione non decrescente e, per $x \in \mathbb{R}$, si ponga $F(x) = \int_7^x f(y) dy$. Allora la funzione F è: non decrescente; concava; non positiva; derivabile in 4 se e solo se f è continua in 4.
4. Sia $f(x) = x^{-\alpha} \cos x$, $x \geq \pi$. Allora: f è assolutamente integrabile in $[\pi, +\infty[$ se e solo se $\alpha > 0$; per ogni $\alpha > 0$ f è integrabile in $[\pi, +\infty[$; per ogni $\alpha \in]0, 1[$ f non integrabile in $[\pi, +\infty[$; f è integrabile in $[\pi, +\infty[$ se e solo se $\alpha > 1$.
5. Sia $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua e integrabile. Allora: il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_{1/x}^{4x^3} f(y) dy$ esiste ed è finito; la serie $\sum_{n=0}^{\infty} f(n)$ converge; f è limitata; $\exists \alpha > 1 : f(x) = O(x^{-\alpha})$ per $x \rightarrow +\infty$.
6. Sia $f(x) \in C^\infty(\mathbb{R})$ tale che $f^{(n)}(0) = e^{2-n}$ e $f^{(n)}(1) = e^{n-2}$ per ogni $n \geq 0$. Allora $\exists x \in \mathbb{R}$ tale che: $f'''(x) = 0$; $f(x) = 0$; $f'(x) = 0$; $f''(x) = 0$.
7. Sia $f \in C^0[0, +\infty[$ tale che $f(0) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$. Allora: f è uniformemente continua; f non ha massimo assoluto; f non ha minimo assoluto; f ha massimo assoluto.
8. Sia P un polinomio di grado 9 a coefficienti interi. Allora: $\exists! x \in \mathbb{R} : P^{(5)}(x) = 0$; $\exists x \in \mathbb{R} : P^{(6)}(x) = 0$; $\exists! x \in \mathbb{R} : P^{(6)}(x) = 0$; $\exists x \in \mathbb{R} : P^{(5)}(x) = 0$.
9. Sia $f \in C^1[0, +\infty[$ tale che $\liminf_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$, $\limsup_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$, $f(0) = 0$ e $f(1) = 5$. Allora: la derivata di f non è limitata; f ha almeno un punto di minimo assoluto; f ha infiniti punti di minimo assoluto; f non ha punti di massimo assoluto.
10. Siano I un intervallo e $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione convessa e derivabile. Allora: f è monotona; $f \in C^1(I)$; $f \in C^2(I)$; $f \in C^1(I)$ ma $f \notin C^2(I)$.

Spazio riservato alla commissione