

# A N A L I S I   U N O

**EI/1**

19 gennaio 2000

cognome e nome

firma

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così:

Per ogni risposta:

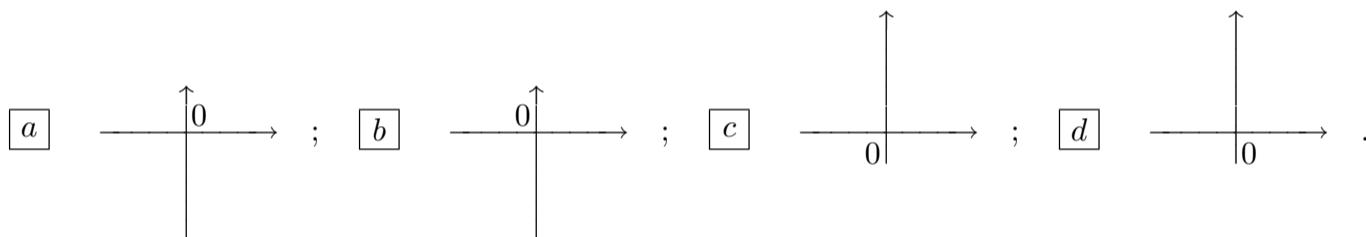
ESATTA: punti 3

BIANCA: punti 0

ERRATA: punti -1

**Tempo a disposizione: 1 ora**

1. Sia  $A = \{z \in \mathbb{C} : 4 \leq z\bar{z} \leq 5\}$ . Allora  $A$  è:  [a] una corona circolare;  [b] una striscia verticale;  [c] un rettangolo;  [d] l'unione di un insieme di rette.
2. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione periodica di periodo minimo 3. Allora la funzione  $x \mapsto f(x/2)$  ha periodo minimo:  [a] 1;  [b] 2/3;  [c] 3/2;  [d] 6.
3. Siano  $a, b \in \mathbb{R}$  tali che  $a \leq b$ . Allora:  [a]  $\sin a \leq \sin b$ ;  [b]  $ab \leq b^2$ ;  [c]  $a^2 \leq b^2$ ;  [d]  $\tanh a \leq \tanh b$ .
4. Sia  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  integrabile secondo Riemann. Allora:  [a]  $f$  è monotona a tratti;  [b]  $f$  è monotona;  [c] per ogni coppia di funzioni a scala  $g, h$  tali che  $g \leq f \leq h$  esiste uno e un solo  $I \in \mathbb{R}$  tale che  $\int_0^1 g \leq I \leq \int_0^1 h$ ;  [d] esistono  $g, h$  a scala verificanti  $g \leq f \leq h$  e  $\int_0^1 (h - g) \leq 57$ .
5. Sia  $A \subseteq [-4, 0[$  un insieme non vuoto. Allora:  [a]  $A$  è infinito;  [b]  $\inf A = -4$ ;  [c]  $A$  non ha massimo;  [d] esiste un minorante di  $A$ .
6. Sia  $A \subset \mathbb{R}$  non vuoto e tale che  $\sup A = 0$ . Allora:  [a]  $0 \notin A$ ;  [b]  $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists a \in A : a > -\varepsilon$ ;  [c]  $\exists \varepsilon > 0 : \forall a \in A \quad a > -\varepsilon$ ;  [d]  $\forall \varepsilon > 0 \quad \forall a \in A \quad a > -\varepsilon$ .
7. Il grafico qualitativo della funzione  $f(x) = \int_4^x (1 - |z + 1|)^+ dz$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , è il seguente:



8. Una funzione limitata  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  è integrabile se:  [a]  $f$  è lipschitziana e monotona;  [b] esistono  $u, v$  a scala e  $I \in \mathbb{R}$  tali che  $u \leq f \leq v$  e  $\int_0^1 u \leq I \leq \int_0^1 v$ ;  [c]  $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists u, v$  a scala tali che  $\int_0^1 (v - u) \leq \varepsilon$ ;  [d]  $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists u, v$  a scala tali che  $u \leq f \leq v$ .
9. Siano  $D \subset \mathbb{R}$  non vuoto e  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione pari e iniettiva. Allora:  [a]  $\text{im } f = \mathbb{R}$ ;  [b]  $f(0) = 0$ ;  [c]  $D = \{0\}$ ;  [d]  $\text{im } f = \{0\}$ .
10. Il numero delle soluzioni complesse dell'equazione  $z^8 = 4$  che verificano la condizione  $\text{Im } z \leq 0$  è:  [a] 4;  [b] 5;  [c] 2;  [d] 3.

Spazio riservato alla commissione