A N A L I S I   U N O

EI/2   10 aprile 2000

cognome e nome   firma

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

Per ogni risposta:	ESATTA: punti 3	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti -1

Tempo a disposizione: 1 ora

---

1. Sia A l'insieme dei numeri reali x tali che la serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1-x^2)^{n+3}}{2n+1}$ converga. Allora A è:
$\boxed{a}$ l'unione di due semirette disgiunte; $\boxed{b}$ un intervallo semiaperto; $\boxed{c}$ un intervallo aperto; $\boxed{d}$ l'unione di due intervalli semiaperti disgiunti.

2. Siano $\ell \in \mathbb{R}$ e $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(x) < g(x)$ $\forall\, x \in \mathbb{R}$ e verificanti $f(x) \to \ell$ e $g(x) \to 3$ per $x \to 2$. Allora: $\boxed{a}$ $3 \geq \ell$; $\boxed{b}$ $f(2) \leq g(2)$; $\boxed{c}$ $f(2) \leq 3$; $\boxed{d}$ $\ell < 3$.

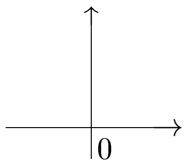
3. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $\forall\, \varepsilon > 0$ $\exists\, \delta > 0 :$ $\forall\, h \in (0, \delta)$ valga la disuguaglianza $|4 - f(7-h)| < \varepsilon$. Allora: $\boxed{a}$ $\lim_{x\to 4^-} = 7$; $\boxed{b}$ $\lim_{x\to 7^+} = 4$; $\boxed{c}$ $\lim_{x\to 4^+} = 7$; $\boxed{d}$ $\lim_{x\to 7^-} = 4$.

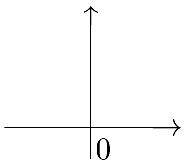
4. La funzione $f(x) = \dfrac{e^x - \sinh x + 2}{x^{-5} \sin^3 x}$ ha, per $x \to 0^+$, ordine di infinitesimo: $\boxed{a}$ 3 ; $\boxed{b}$ 4 ; $\boxed{c}$ nessuno, perché f non ha ordine di infinitesimo pur essendo infinitesima; $\boxed{d}$ 2 .

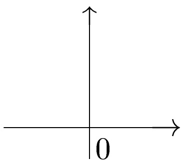
5. Sia $f(x) = \tanh^2 x \cdot e^{4-|x|}$, $x \in \mathbb{R}$. Allora: $\boxed{a}$ $f'_-(0) = -1$; $\boxed{b}$ $f'(0) = 0$; $\boxed{c}$ $f'(0) = 4$; $\boxed{d}$ f ha in 0 un punto angoloso.

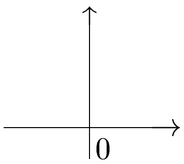
6. Sia $f(x) = x^{5x}$, $x > 0$. Allora la retta tangente al grafico di f nel suo punto di ascissa 1 ha equazione: $\boxed{a}$ $y = 1$; $\boxed{b}$ $y = 5x - 4$; $\boxed{c}$ $y = x$; $\boxed{d}$ $y = x - 4$.

7. Parte del grafico qualitativo della funzione $f(x) = \exp(|x|^{\pi/4}) - |x|^{\pi/4}$, $x \in \mathbb{R}$, è il seguente:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

8. Sia $\{a_n\}$ una successione reale divergente a $-\infty$. Allora esiste un numero naturale m tale che: $\boxed{a}$ $a_m > 257$; $\boxed{b}$ $a_{25} < -m$; $\boxed{c}$ $a_m < -25$; $\boxed{d}$ $a_{257} > m$.

9. Siano I un intervallo, $f : I \to \mathbb{R}$ una funzione lipschitziana e $\{x_n\}$ una successione di Cauchy a valori in I . Allora: $\boxed{a}$ $\{f(x_n)\}$ è divergente; $\boxed{b}$ $\{f(x_n)\}$ è infinitesima; $\boxed{c}$ $\sum_{n=1}^{\infty} f(x_n)$ è convergente; $\boxed{d}$ $\{f(x_n)\}$ è convergente.

10. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} n^3\big(1 - \exp(1/n^4)\big)$ $\boxed{a}$ oscilla; $\boxed{b}$ converge semplicemente; $\boxed{c}$ converge assolutamente; $\boxed{d}$ diverge.

Spazio riservato alla commissione