| **A N A L I S I   U N O** | cognome e nome | firma |
|---|---|---|
| appello del 15 giugno 1998 | | |

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

**1.** Siano $A$ e $B$ gli insiemi seguenti:

$$A = \{z \in \mathbb{C} : \quad \exp(\pi z) = 1\}, \qquad B = \left\{w \in \mathbb{C} : \quad (\operatorname{Re} w + 5)^2 + (\operatorname{Im} w - 2)^2 = 4\right\}.$$

Allora l'estremo inferiore $\inf\{|z - w| : \quad z \in A, \ w \in B\}$ vale:

☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ 7. ☐ 8. ☐ 9. ☐ 10.

| ESATTA: punti 4 | BIANCA: punti 0 | ERRATA: punti $-1$ |
|---|---|---|

---

**2.** Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione data dalla formula

$$f(m) = \int_0^1 (e^x - mx)^2 \, dx, \qquad m \in \mathbb{R},$$

e sia $m_0$ il suo punto di minimo. Allora $m_0$ vale:

☐ $-7$. ☐ $-5$. ☐ $-3$. ☐ $-1$. ☐ 0. ☐ 1. ☐ 3. ☐ 5. ☐ 7.

| ESATTA: punti 4 | BIANCA: punti 0 | ERRATA: punti $-1$ |
|---|---|---|

---

**3.** Denotata con $(\,\cdot\,)^+$ la parte positiva e definita la funzione $z : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mediante

$$z(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ x + 1 & \text{se } x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

dire se ciascuna delle funzioni di $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ definite dalle formule date di seguito risulta: UC uniformemente continua; CNU continua ma non uniformemente; DI discontinua in almeno un punto.

$$(1 - e^x)^+$$

UC | CNU | DI

$$\frac{d}{dx} \int_0^x z(y) \, dy$$

UC | CNU | DI

$$\int_0^x \sin(y^2) \, dy$$

UC | CNU | DI

$$\sinh(|x|^{3/2})$$

UC | CNU | DI

| Per ogni risposta: | ESATTA: punti 1 | BIANCA: punti 0 | ERRATA: punti $-1$ |
|---|---|---|---|

---

| tempo a disposizione **2 ore complessive** | spazio riservato alla commissione | 1. ☐ | 2. ☐ | 3. ☐ | totale ☐ |
|---|---|---|---|---|---|

| **A N A L I S I   U N O** appello del 15 giugno 1998 | cognome e nome    firma |
|---|---|

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

**1.** Il polinomio di McLaurin di ordine 2 della funzione $f(x)=\int_0^x \cos y^2\,dy$ è: $\boxed{a}$ $x$ ; $\boxed{b}$ $1$ ; $\boxed{c}$ $1-x^2/2$ ; $\boxed{d}$ $x-x^5/10$ .

**2.** Per $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ con $\beta\neq 0$, il limite $\lim_{x\to+\infty}\big(1+(\alpha/x)\big)^{x/\beta}$ vale: $\boxed{a}$ $(e^{\alpha})/\beta$ ; $\boxed{b}$ $e^{\alpha\beta}$ ; $\boxed{c}$ $e^{\alpha/\beta}$ ; $\boxed{d}$ $e^{\beta/\alpha}$ .

**3.** Sia $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ integrabile secondo Riemann. Allora: $\boxed{a}$ esistono $g,h:[0,1]\to\mathbb{R}$ a scala tali che $g(x)\leq f(x)\leq h(x)$ $\forall x\in[0,1]$ e $\int_0^1(h-g)\leq\varepsilon$ $\forall\varepsilon>0$ ; $\boxed{b}$ $f$ è monotona a tratti; $\boxed{c}$ l'insieme delle discontinuità di $f$ è finito; $\boxed{d}$ $f$ è limitata inferiormente.

**4.** Per $\alpha\in\mathbb{R}$ si consideri la serie $\sum_{n=1}^{\infty} n^n(n!)^{\alpha}$ . Allora la serie: $\boxed{a}$ converge se e solo se $\alpha<0$ ; $\boxed{b}$ diverge per ogni $\alpha$ ; $\boxed{c}$ oscilla per almeno un valore di $\alpha$ ; $\boxed{d}$ converge per infiniti valori di $\alpha$ .

**5.** Una condizione sufficiente perché $\int_0^1 xf'(x)\,dx=-\int_0^1 f(x)\,dx$ è che: $\boxed{a}$ $f(x)=x$ $\forall x\in[0,1]$ ; $\boxed{b}$ $f\in C^{\infty}(\mathbb{R})$ ; $\boxed{c}$ $f\in C^2(\mathbb{R})$ e $f|_{\mathbb{Z}}=0$ ; $\boxed{d}$ $f\in C^0(\mathbb{R})$ e $f(1)=0$ .

**6.** Sia $u\in C^{\infty}(\mathbb{R})$ tale che $u'(x)=1+\arctan^2 u(x)$ $\forall x\in\mathbb{R}$ . Allora $u$ è: $\boxed{a}$ limitata; $\boxed{b}$ strettamente positiva; $\boxed{c}$ monotona; $\boxed{d}$ convessa.

**7.** Le soluzioni reali diverse da $2$ dell'equazione $x^4=4^x$ sono: $\boxed{a}$ infinite; $\boxed{b}$ nessuna; $\boxed{c}$ esattamente una; $\boxed{d}$ almeno due.

**8.** Sia $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ . Allora la formula $f(x)=\int_0^x g(e^{-y})\,dy$ definisce una funzione $f\in C^1(\mathbb{R})$ se $g$ è: $\boxed{a}$ invertibile; $\boxed{b}$ limitata; $\boxed{c}$ lipschitziana; $\boxed{d}$ monotona.

**9.** La derivata della funzione $f(x)=x^{\ln x}$ , $x>0$ , è data dalla formula: $\boxed{a}$ $x^{\ln x}\ln x$ ; $\boxed{b}$ $x^{\ln x}$ ; $\boxed{c}$ $x^{\ln x-1}$ ; $\boxed{d}$ $2x^{\ln x-1}\ln x$ .

| tempo a disposizione **2 ore complessive** | **Per ogni risposta:** ESATTA=punti $2$ , BIANCA=punti $0$ , ERRATA=punti $-1$ . |
|---|---|