A N A L I S I U N O appello del 15 giugno 1998	cognome e nome firma

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

1. Siano A e B gli insiemi seguenti:

$$A = \{z \in \mathbb{C} : \ \exp(\pi z) = 1\}, \qquad B = \big\{w \in \mathbb{C} : \ (\operatorname{Re} w + 5)^2 + (\operatorname{Im} w - 2)^2 = 4\big\}.$$

Allora l'estremo inferiore $\inf\{|z - w| : \ z \in A, \ w \in B\}$ vale:

☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ 7. ☐ 8. ☐ 9. ☐ 10.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti -1

---

2. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione data dalla formula

$$f(m) = \int_0^1 (e^x - mx)^2 \, dx, \qquad m \in \mathbb{R},$$

e sia m_0 il suo punto di minimo. Allora m_0 vale:

☐ -7. ☐ -5. ☐ -3. ☐ -1. ☐ 0. ☐ 1. ☐ 3. ☐ 5. ☐ 7.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti -1

---

3. Denotata con $(\,\cdot\,)^+$ la parte positiva e definita la funzione $z : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mediante

$$z(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ x + 1 & \text{se } x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

dire se ciascuna delle funzioni di $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ definite dalle formule date di seguito risulta: UC uniformemente continua; CNU continua ma non uniformemente; DI discontinua in almeno un punto.

$$(1 - e^x)^+$$

UC | CNU | DI

$$\frac{d}{dx} \int_0^x z(y) \, dy$$

UC | CNU | DI

$$\int_0^x \sin(y^2) \, dy$$

UC | CNU | DI

$$\sinh(|x|^{3/2})$$

UC | CNU | DI

Per ogni risposta:	ESATTA: punti 1	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti -1

---

tempo a disposizione **2 ore complessive**	spazio riservato alla commissione	1. ☐	2. ☐	3. ☐	totale ☐

A N A L I S I U N O appello del 15 giugno 1998	cognome e nome firma

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

1. Il polinomio di McLaurin di ordine 2 della funzione $f(x) = \int_0^x \cos y^2\, dy$ è: $\boxed{a}$ x ; $\boxed{b}$ 1 ; $\boxed{c}$ $1 - x^2/2$; $\boxed{d}$ $x - x^5/10$.

2. Per $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ con $\beta \neq 0$, il limite $\lim_{x\to+\infty}\big(1 + (\alpha/x)\big)^{x/\beta}$ vale: $\boxed{a}$ $(e^\alpha)/\beta$; $\boxed{b}$ $e^{\alpha\beta}$; $\boxed{c}$ $e^{\alpha/\beta}$; $\boxed{d}$ $e^{\beta/\alpha}$.

3. Sia $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ integrabile secondo Riemann. Allora: $\boxed{a}$ esistono $g, h : [0,1] \to \mathbb{R}$ a scala tali che $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ $\forall x \in [0,1]$ e $\int_0^1 (h - g) \leq \varepsilon$ $\forall \varepsilon > 0$; $\boxed{b}$ f è monotona a tratti; $\boxed{c}$ l'insieme delle discontinuità di f è finito; $\boxed{d}$ f è limitata inferiormente.

4. Per $\alpha \in \mathbb{R}$ si consideri la serie $\sum_{n=1}^{\infty} n^n (n!)^\alpha$. Allora la serie: $\boxed{a}$ converge se e solo se $\alpha < 0$; $\boxed{b}$ diverge per ogni α ; $\boxed{c}$ oscilla per almeno un valore di α ; $\boxed{d}$ converge per infiniti valori di α .

5. Una condizione sufficiente perché $\int_0^1 x f'(x)\, dx = -\int_0^1 f(x)\, dx$ è che: $\boxed{a}$ $f(x) = x$ $\forall x \in [0,1]$; $\boxed{b}$ $f \in C^\infty(\mathbb{R})$; $\boxed{c}$ $f \in C^2(\mathbb{R})$ e $f|_{\mathbb{Z}} = 0$; $\boxed{d}$ $f \in C^0(\mathbb{R})$ e $f(1) = 0$.

6. Sia $u \in C^\infty(\mathbb{R})$ tale che $u'(x) = 1 + \arctan^2 u(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$. Allora u è: $\boxed{a}$ limitata; $\boxed{b}$ strettamente positiva; $\boxed{c}$ monotona; $\boxed{d}$ convessa.

7. Le soluzioni reali diverse da 2 dell'equazione $x^4 = 4^x$ sono: $\boxed{a}$ infinite; $\boxed{b}$ nessuna; $\boxed{c}$ esattamente una; $\boxed{d}$ almeno due.

8. Sia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Allora la formula $f(x) = \int_0^x g(e^{-y})\, dy$ definisce una funzione $f \in C^1(\mathbb{R})$ se g è: $\boxed{a}$ invertibile; $\boxed{b}$ limitata; $\boxed{c}$ lipschitziana; $\boxed{d}$ monotona.

9. La derivata della funzione $f(x) = x^{\ln x}$, $x > 0$, è data dalla formula: $\boxed{a}$ $x^{\ln x} \ln x$; $\boxed{b}$ $x^{\ln x}$; $\boxed{c}$ $x^{\ln x - 1}$; $\boxed{d}$ $2x^{\ln x - 1} \ln x$.

tempo a disposizione **2 ore complessive**	**Per ogni risposta:** ESATTA=punti 2 , BIANCA=punti 0 , ERRATA=punti -1 .