A N A L I S I U N O	cognome e nome	firma
appello del 24 gennaio 2000		

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

1. Sia $u \in C^2(\mathbb{R})$ verificante

$$u(0) = 0 \qquad \text{e} \qquad u'(x) = 1 + \exp(-x^2) \quad \forall\, x \in \mathbb{R}$$

e sia C l'insieme dei punti $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tali tali che $3 \le x \le 7$ e $0 \le y \le \min\{2, u(x)\}$. Allora l'area di C vale:

☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ 7. ☐ 8. ☐ 9. ☐ 10.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

2. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione verificante le condizioni

$$f(x) = 0 \quad \text{se} \;\; 1 \le x \le 2\,, \qquad f(x) > 0 \quad \text{altrimenti}$$

e sia C l'insieme dei punti $x \in \mathbb{R}$ tali che

$$f\big((x/\pi) - 5\big) < \sin\varepsilon \qquad \forall\, \varepsilon \in (0, 1).$$

Allora la quantità $\pi^{-1} \sup C$ vale:

☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ 7. ☐ 8. ☐ 9. ☐ 10.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

3. Sia C l'insieme delle coppie $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$ tali che la serie e l'integrale

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(2^{\alpha n} + \frac{1}{n^{\beta+4}} \right) \qquad \text{e} \qquad \int_0^{\infty} \frac{e^{\beta x} \arctan(x^{\alpha})}{x^{2\beta}}\, dx$$

siano entrambi convergenti. Allora l'area di C vale:

☐ 0. ☐ 1. ☐ 2. ☐ 6. ☐ 9. ☐ 12. ☐ 15. ☐ 18. ☐ 20.

ESATTA: punti 4	BIANCA: punti 0	ERRATA: punti −1

---

tempo a disposizione **2 ore complessive**	spazio riservato alla commissione	1. ☐	2. ☐	3. ☐	totale ☐

A N A L I S I U N O appello del 24 gennaio 2000	cognome e nome firma

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella prescelta così: ■

1. Sia $f \in C^1[0,1]$ tale che $\int_0^1 f(x)\,dx = 0$. Allora: $\boxed{a}$ $\int_a^b f(x)\,dx = 0 \quad \forall\, a,b \in (0,1)$; $\boxed{b}$ $\exists \xi \in (0,1)$ tale che la serie $\sum_{n=1}^{\infty} f(\xi + n^{-2})$ converga; $\boxed{c}$ f non è strettamente monotona; $\boxed{d}$ f ha almeno un flesso.

2. Siano $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ lipschitziane. Allora è lipschitziana anche: $\boxed{a}$ $(f+g)^2$; $\boxed{b}$ $|fg|^{1/2}$; $\boxed{c}$ $f \circ g$; $\boxed{d}$ $f \cdot g$.

3. Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ un insieme non vuoto e limitato superiormente. Allora: $\boxed{a}$ il complementare di A è inferiormente limitato; $\boxed{b}$ A ha massimo; $\boxed{c}$ l'insieme $B = \{x \in \mathbb{R} :\ x \geq \lambda\ \forall\, \lambda \in A\}$ ha minimo; $\boxed{d}$ l'insieme $B = \{x \in \mathbb{R} :\ x \geq \lambda\ \forall\, \lambda \in A\}$ ha massimo.

4. Le istruzioni "*per* $x \in A$ $f(x)$ *è la soluzione* $y \in B$ *dell'equazione* $y^2 = x$ " definiscono una funzione di A in B se: $\boxed{a}$ $A = [0, +\infty[$ e $B = \mathbb{R}$; $\boxed{b}$ $A = [0,1]$ e $B = [0,1]$; $\boxed{c}$ $A = \mathbb{C}$ e $B = \mathbb{C}$; $\boxed{d}$ $A = \mathbb{R}$ e $B = \mathbb{R}$.

5. Perché una funzione $f :]0,3[\to \mathbb{R}$ sia derivabile è necessario che: $\boxed{a}$ f sia integrabile secondo Riemann in $[1,2]$; $\boxed{b}$ f sia lipschitziana in $]0,3[$; $\boxed{c}$ f sia limitata in $]0,3[$; $\boxed{d}$ f sia integrabile almeno in senso improprio in $]0,3[$.

6. Sia $u : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ strettamente positiva e integrabile in senso improprio. Allora: $\boxed{a}$ la successione di termine generale $\int_n^{2n} f(x)\,dx$ sia infinitesima; $\boxed{b}$ $u(x) = o(x)$ per $x \to +\infty$; $\boxed{c}$ u è convessa; $\boxed{d}$ u è monotona decrescente.

7. Sia $f \in C^1(\mathbb{R})$ tale che $f'(x) = 1 + |f(x)|$ $\forall\, x$ e $f(0) = 0$. Allora: $\boxed{a}$ f è limitata; $\boxed{b}$ f ha un minimo in $x = 0$; $\boxed{c}$ $f(1) < 0$; $\boxed{d}$ $f(1) > 1$.

8. Siano $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e si supponga che f sia continua in $\mathbb{R}$ e derivabile in 0 , che $f(0) = g(0)$ e che $g \leq f$ in un intorno di 0 . Allora: $\boxed{a}$ se g è derivabile in 0 , allora $g'(0) = f'(0)$; $\boxed{b}$ f è localmente lipschitziana; $\boxed{c}$ g è limitata in un intorno di 0 ; $\boxed{d}$ g è derivabile in 0 .

9. Sia $\{a_n\}$ una successione reale verificante $a_n = (a_{n-1} + a_{n+1})/2$ $\forall\, n \geq 1$. Allora: $\boxed{a}$ la serie $\sum_{n=0}^{\infty}$ converge se e solo se $a_0 = a_1 = 0$; $\boxed{b}$ $\{a_n\}$ è monotona non decrescente; $\boxed{c}$ $\{a_n\}$ non converge; $\boxed{d}$ la serie $\sum_{n=0}^{\infty}$ converge.

tempo a disposizione **2 ore complessive**	**Per ogni risposta:** ESATTA=punti 2 , BIANCA=punti 0 , ERRATA=punti −1 .