Analisi Matematica 2

Prova scritta 30/06/10	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Si consideri il problema di Cauchy in avanti $u'(t) = t^3\{1-\cos(t^3u(t))\}$, $u(0) = 4$. Allora la sua soluzione globale ha $\boxed{\text{a}}$ infiniti punti di massimo locale; $\boxed{\text{b}}$ infiniti punti di minimo locale; $\boxed{\text{c}}$ infiniti punti stazionari che non sono di estremo relativo; $\boxed{\text{d}}$ un numero finito di punti di flesso a tangente orizzontale.

2. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = 5|x| + 4x_2 + (\cos^4 x_3)(\arctan^5 x_1)$. Allora f è $\boxed{\text{a}}$ lipschitziana e limitata; $\boxed{\text{b}}$ lipschitziana e differenziabile; $\boxed{\text{c}}$ non limitata e lipschitziana; $\boxed{\text{d}}$ non lipschitziana e nonlimitata.

3. Sia $\psi : (-\infty, 0) \to \mathbb{R}$ convessa. Allora $\boxed{\text{a}}$ ψ ha un prolungamento $\Psi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ convesso; $\boxed{\text{b}}$ ψ è differenziabile due volte e $\psi'' \geq 0$; $\boxed{\text{c}}$ se $\psi(0^-)$ esiste finito, ψ ha un prolungamento $\Psi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^1 ; $\boxed{\text{d}}$ il limite $\psi(0^-)$ esiste.

• **4. Matematici:** Siano $\Omega \subseteq \mathbb{R}^5$ aperto e $\omega : \Omega \to (\mathbb{R}^5)^*$. Perché ω sia esatta è $\boxed{\text{a}}$ nec. che Ω sia sempl. connesso; $\boxed{\text{b}}$ suff. che Ω sia sempl. connesso; $\boxed{\text{c}}$ nec. che ω sia C^1 e chiusa; $\boxed{\text{d}}$ suff. che $\Omega = \mathbb{R}^5 \setminus [-5,5]^5$ e che ω sia C^1 e chiusa.

5. La soluzione globale u del problema di Cauchy in avanti $u'' + 4u = 7\cos(2t)$, $u(0) = 0$, $u'(0) = 0$ è $\boxed{\text{a}}$ monotona e non limitata; $\boxed{\text{b}}$ limitata ma non monotona; $\boxed{\text{c}}$ non limitata e non monotona; $\boxed{\text{d}}$ convessa e non limitata.

6. Per $\varepsilon \in (0,1)$ sia $J_\varepsilon = \int_{\Gamma_\varepsilon} y^{-3}\, ds(x,y)$ ove Γ_ε è il grafico di $\cosh|_{[\varepsilon,5/\varepsilon]}$. Allora il limite $\lim_{\varepsilon\to 0} J_\varepsilon$ vale $\boxed{\text{a}}$ 1 ; $\boxed{\text{b}}$ 5 ; $\boxed{\text{c}}$ $1/5$; $\boxed{\text{d}}$ 0 .

• **7. Matematici:** Siano $u_n : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ date da $u_n(x) = n^5 c_n e^{-n^3 x}$ ove $c_n \in \mathbb{R}$. Perché $\{u_n\}$ converga uniformemente è $\boxed{\text{a}}$ sufficiente che $\{c_n\}$ sia infinitesima; $\boxed{\text{b}}$ sufficiente che $c_n = O(n^{-5})$; $\boxed{\text{c}}$ necessario che $c_n = O(n^{-3})$; $\boxed{\text{d}}$ sufficiente che $c_n = o(n^{-3})$.

8. Sia $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}$ una funzione di classe C^1 . Allora perché f abbia massimo assoluto in 0 è $\boxed{\text{a}}$ sufficiente che 0 sia punto stazionario; $\boxed{\text{b}}$ necessario che f sia C^2 con hessiano semidefinito negativo in 0 ; $\boxed{\text{c}}$ sufficiente che f sia concava e che $\nabla f(0) = 0$; $\boxed{\text{d}}$ sufficiente che f sia C^2 con hessiano definito negativo in 0 .

9. Il limite $\lim_{n\to\infty} \int_3^5 e^{-(4y^2/n)} \cos(y^4/n)\, dy$ vale $\boxed{\text{a}}$ $1/2$; $\boxed{\text{b}}$ 2 ; $\boxed{\text{c}}$ $1/4$; $\boxed{\text{d}}$ 4 .

10. La formula $\lim_{x\to 0} x^{-\alpha}\left\{(1+4x^5)^{1/4} - 1 - x^5\right\} = 0$ è vera $\boxed{\text{a}}$ se $\alpha \geq 9$; $\boxed{\text{b}}$ se $\alpha \leq 9$; $\boxed{\text{c}}$ se e solo se $\alpha > 4$; $\boxed{\text{d}}$ per nessun $\alpha > 0$.

---

spazio riservato alla commissione