

Analisi Matematica 1

Prova scritta 28/06/11	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così:

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. La successione $\{a_n\}_{n \geq 1}$ data da $a_n = (\arctan^2(2/n) \tanh^2 n) / (1 - e^{-\pi/n^2})$ a) diverge; b) converge a $4/\pi$; c) è infinitesima; d) converge a π^2 .
2. Sia $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow (0,0,0)} |g(x)| = 2$. Allora esiste $\delta > 0$ tale che a) $|g(x)| < 1/\delta$ se $|x| \leq \delta$; b) $|g(x) - 2| \leq 1$ se $0 < |x| < \delta$; c) $|g(x)| \leq 2$ se $0 < |x| < \delta$; d) $|g(x)| \geq 3$ se $|x| > 1/\delta$.
3. Siano $\lambda \in \mathbb{R}$ e $f : [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ integrabile tale che $\int_0^5 f(x) dx = \lambda$. Allora a) $f(x) \geq \lambda/5$ per ogni $x \in [0, 5]$; b) f è discontinua al più in un numero finito di punti; c) esiste $g : [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ continua tale che $g \geq f$ e $\int_0^5 g(x) dx < \lambda + 1$; d) esiste $g : [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ a scala tale che $g \geq f^3$ e $\int_0^5 g(x) dx < \lambda^3 + 1$.
4. Sia $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ biiettiva di classe C^1 con l'inversa $g = h^{-1}$. Se $g(3) = 2$ allora a) $h'(3)g'(3) = 1$; b) $h'(2)g'(2) = 1$; c) $h'(0) \neq 0$; d) $h'(3)g'(2) = 1$.
5. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-3/2} 2^{-\alpha n}$ a) converge se e solo se $\alpha \geq 0$; b) converge se e solo se $\alpha > 0$; c) diverge se $\alpha \in (0, 1)$; d) oscilla se $\alpha < 0$.
6. Siano $\sigma \in \mathbb{R}$ e $f_\sigma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f_\sigma(x) = x^{1/2} \sinh(\sigma x^{1/2})$ se $x > 0$ e $f_\sigma(x) = x$ se $x \leq 0$. Allora nell'origine f_σ è a) discontinua per almeno un σ ; b) continua ma non differenziabile per ogni σ ; c) differenziabile per ogni σ ; d) differenziabile per uno e un solo σ .
7. Sia $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ continua e la funzione $F : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ data da $F(x) = \int_x^{2x} f(y) dy$ sia costante. Allora a) f è di classe C^1 ; b) f è monotona; c) $f(6) = (1/2)f(3)$; d) $f(x) = 1/x$ per ogni $x > 0$.
8. Per ogni intervallo limitato $E \subset \mathbb{R}$ si ponga $m(E) = \int_a^b \arctan^+ x dx$ ove a e b sono gli estremi di E . Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = \ln 2$ se $x \in (-3, -2)$, $f(x) = 2/\ln 2$ se $x \in [-2, 1]$ e $f(x) = 0$ altrimenti e sia $I = \int_{\mathbb{R}} f dm$. Allora la somma $1 + I$ vale a) $(\ln 4)/\pi$; b) $\ln 4$; c) $\pi/\ln 4$; d) π .
9. Siano $x_0 = (1, 2, 0)$ e $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow (0, +\infty)$ differenziabile tale che $\nabla f(x_0) = (0, 6, 2)$ e $f(x_0) = 3$. Allora $D_3(\ln f)(x_0)$ vale a) 2; b) 3; c) $2/3$; d) $3/2$.
10. Sia $A = \{z \in \mathbb{C} : \text{Im } z > 0, z^9 + 3z^2 = 0\}$. Allora il numero degli elementi A è a) 3; b) 4; c) 0; d) 2.

spazio riservato alla commissione