Analisi Matematica 2

Prova scritta **28/06/11**	**Cognome e nome (stampatello chiaro)**	**C.L. (Mat/Fis)**

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 ,** **Bianca = 0 ,** **Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $\psi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $\psi^{(n)}(0) = 0$ per ogni $n \geq 0$. Allora [a] ψ è costante; [b] ψ è limitata; [c] esiste $c \in \mathbb{R}$ tale che $3^6\psi^{(6)}(c) = 6!\psi(3)$; [d] esiste $c \in \mathbb{R}$ tale che $\psi(-3) = -3^4\psi^{(4)}(c)/4!$.

• **2.** **Matematici:** Sia $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n+2}/n!$ per $x \in \mathbb{R}$. Allora $f(-1)$ vale [a] $-1/e$; [b] 1; [c] e; [d] $1/e$.

• **3.** **Matematici:** Siano $\Omega = (\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}) \times (0,+\infty)$ e $f : (0,+\infty) \to \mathbb{R}$ monotona. Per $(x,y,z) \in \Omega$ si ponga $\omega(x,y,z) = y(x^2+y^2)^{-1}\,dx - x(x^2+y^2)^{-1}\,dy + f(z)\,dz$. Allora [a] ω è esatta; [b] ω è localmente esatta; [c] la restrizione di ω a $(0,+\infty)^3$ è esatta se e solo se f è continua; [d] Ω è semplicemente connesso.

4. Si ponga $f(x,y,z) = \cos x \cos y - z^n$ per $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ e $n > 1$ intero. Allora [a] per almeno un n, f ha almeno un punto di minimo locale; [b] se n è pari, ogni punto stazionario è di estremo locale; [c] per ogni n, il numero dei punti di massimo locale è finito; [d] nessun punto stazionario è di estremo locale se e solo se n è dispari.

5. Per $r > 0$ si ponga $Q_r = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |(x,y)| \leq r,\ y \geq |x|\}$ e sia $\varphi : (0,+\infty) \to \mathbb{R}$ data da $\varphi(t) = (\ln t)/\sqrt{t}$. Allora il numero reale $\ln 4^4 - (1/\pi)\int_{Q_4\setminus Q_1}\varphi(x^2+y^2)\,dx\,dy$ vale [a] 2; [b] 1; [c] 3; [d] 4.

6. Se u è la soluzione globale del problema di Cauchy in avanti $u'(t) = 2e^{-u(t)}$ per ogni $t \geq 0$ e $u(0) = \ln 3$, allora $e^{u(3)}$ vale [a] 4; [b] 6; [c] 8; [d] 9.

7. Si ponga $A_r = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y^2/4) \leq r^2\}$ e $B_r = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq r^2\}$ per $r > 0$. Allora la formula $\int_{A_2\setminus A_1}\exp(x^2+(y^2/4))\,dx\,dy = \lambda\int_{B_2\setminus B_1}\exp(x^2+y^2)\,dx\,dy$ è corretta se λ vale [a] $1/2$; [b] 4; [c] $1/4$; [d] 2.

8. Sia u_α la soluzione massimale del problema di Cauchy **in avanti** $u'(t) = t\sqrt{1+u^2(t)}$, $u(0) = \alpha$, ove $\alpha > 0$. Allora [a] u_4 è globale e limitata; [b] u_3 non è globale; [c] u_2 è globale e convessa; [d] u_1 non è monotona.

9. Per $(z,t) \in \mathbb{R}^2$ sia $f(z,t) = \int_{[0,1]^2}\sin(x^2y^3z\,t)\,dx\,dy$. Allora $D_z f(0,1)$ vale [a] $1/12$; [b] $1/20$; [c] $1/2$; [d] $1/3$.

10. La funzione $\alpha(x) = \tanh(|x|^2)$, $x \in \mathbb{R}^2$, è [a] non differenziabile nell'origine; [b] convessa; [c] non limitata; [d] uniformemente continua.

---

spazio riservato alla commissione