Analisi Matematica 2

Prova scritta 28/06/11	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $\psi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $\psi^{(n)}(0) = 0$ per ogni $n \geq 0$. Allora $\boxed{a}$ ψ è costante; $\boxed{b}$ ψ è limitata; $\boxed{c}$ esiste $c \in \mathbb{R}$ tale che $3^6\psi^{(6)}(c) = 6!\psi(3)$; $\boxed{d}$ esiste $c \in \mathbb{R}$ tale che $\psi(-3) = -3^4\psi^{(4)}(c)/4!$.

• **2. Fisici:** Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ verificante $u''(t) + 2u(t) = -3\sin\omega t$ per ogni t, ove $\omega > 0$, $u(0) = u'(0) = 0$. Allora u è $\boxed{a}$ periodica per ogni ω ; $\boxed{b}$ convessa per almeno un ω ; $\boxed{c}$ monotona per almeno un ω ; $\boxed{d}$ non limitata per almeno un ω .

• **3. Fisici:** Si ponga $\Gamma = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 + 3y^2 = 1\}$ e $f(x,y) = 3x-2y+4$ per $(x,y) \in \Gamma$. Allora $\boxed{a}$ f ha almeno due punti di minimo locale; $\boxed{b}$ f non ha minimo globale; $\boxed{c}$ f ha esattamente un punto di massimo locale; $\boxed{d}$ f non ha massimo globale.

4. Si ponga $f(x,y,z) = \cos x \cos y - z^n$ per $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ e $n > 1$ intero. Allora $\boxed{a}$ per almeno un n, f ha almeno un punto di minimo locale; $\boxed{b}$ se n è pari, ogni punto stazionario è di estremo locale; $\boxed{c}$ per ogni n, il numero dei punti di massimo locale è finito; $\boxed{d}$ nessun punto stazionario è di estremo locale se e solo se n è dispari.

5. Per $r > 0$ si ponga $Q_r = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ |(x,y)| \leq r, \ y \geq |x|\}$ e sia $\varphi : (0,+\infty) \to \mathbb{R}$ data da $\varphi(t) = (\ln t)/\sqrt{t}$. Allora il numero reale $\ln 4^4 - (1/\pi)\int_{Q_4 \setminus Q_1} \varphi(x^2+y^2)\,dx\,dy$ vale $\boxed{a}$ 2 ; $\boxed{b}$ 1 ; $\boxed{c}$ 3 ; $\boxed{d}$ 4 .

6. Se u è la soluzione globale del problema di Cauchy in avanti $u'(t) = 2e^{-u(t)}$ per ogni $t \geq 0$ e $u(0) = \ln 3$, allora $e^{u(3)}$ vale $\boxed{a}$ 4 ; $\boxed{b}$ 6 ; $\boxed{c}$ 8 ; $\boxed{d}$ 9 .

7. Si ponga $A_r = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y^2/4) \leq r^2\}$ e $B_r = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq r^2\}$ per $r > 0$. Allora la formula $\int_{A_2 \setminus A_1} \exp(x^2 + (y^2/4))\,dx\,dy = \lambda \int_{B_2 \setminus B_1} \exp(x^2+y^2)\,dx\,dy$ è corretta se λ vale $\boxed{a}$ 1/2 ; $\boxed{b}$ 4 ; $\boxed{c}$ 1/4 ; $\boxed{d}$ 2 .

8. Sia u_α la soluzione massimale del problema di Cauchy **in avanti** $u'(t) = t\sqrt{1+u^2(t)}$, $u(0) = \alpha$, ove $\alpha > 0$. Allora $\boxed{a}$ u_4 è globale e limitata; $\boxed{b}$ u_3 non è globale; $\boxed{c}$ u_2 è globale e convessa; $\boxed{d}$ u_1 non è monotona.

9. Per $(z,t) \in \mathbb{R}^2$ sia $f(z,t) = \int_{[0,1]^2} \sin(x^2y^3z\,t)\,dx\,dy$. Allora $D_z f(0,1)$ vale $\boxed{a}$ 1/12 ; $\boxed{b}$ 1/20 ; $\boxed{c}$ 1/2 ; $\boxed{d}$ 1/3 .

10. La funzione $\alpha(x) = \tanh(|x|^2)$, $x \in \mathbb{R}^2$, è $\boxed{a}$ non differenziabile nell'origine; $\boxed{b}$ convessa; $\boxed{c}$ non limitata; $\boxed{d}$ uniformemente continua.

---

spazio riservato alla commissione