# Analisi Matematica 2

| Prova scritta<br><br>27/01/12 | Cognome e nome (stampatello chiaro) | C.L. (Mat/Fis) |
|---|---|---|

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

**1.** Sia $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ limitata. Allora vale l'uguaglianza $\lim_{n\to\infty} \sup_{x\in\mathbb{R}} |\varphi(x+n^{-1}) - \varphi(x)| = 0$ $\boxed{\text{a}}$ se e solo se $\varphi$ è continua; ■ se $\varphi$ è uniformemente continua; $\boxed{\text{c}}$ se e solo se $\varphi$ è lipschitziana; $\boxed{\text{d}}$ se $\varphi$ è di classe $C^1$ .

**2.** Siano $C = \{y \in [0,1]^2 \colon y_2 = y_1^4\}$ e $G : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $G(x) = \int_C \exp(-x|y|^5)\, ds(y)$ . Allora $G$ è $\boxed{\text{a}}$ crescente e convessa; ■ decrescente e convessa; $\boxed{\text{c}}$ crescente e concava; $\boxed{\text{d}}$ decrescente e concava.

**3.** Il limite $\lim_{x\to 0} \frac{1}{x} \int_0^1 \ln(1+xy^5)\, dy$ vale $\boxed{\text{a}}$ $1/5$ ; ■ $1/6$ ; $\boxed{\text{c}}$ $1/3$ ; $\boxed{\text{d}}$ $1/4$ .

• **4. Matematici:** Si ponga $f_n(x,y) = \arctan(n(x^4+y^4))$ per $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ e $n = 1, 2, \dots$ . Allora $\{f_n\}$ $\boxed{\text{a}}$ non converge puntualmente in $\mathbb{R}^2$ ; $\boxed{\text{b}}$ converge puntualmente e non uniformemente in $(0,+\infty)^2$ e il limite $f : (0,+\infty)^2 \to \mathbb{R}$ non è di classe $C^1$ ; $\boxed{\text{c}}$ converge uniformemente in $(0,+\infty)^2$ ; ■ converge uniformemente in $\mathbb{R}^2 \setminus B_1(0,0)$ .

**5.** Si consideri il problema di Cauchy in avanti $v''(t) - \sigma v'(t) + \sigma^2 v(t) = 3$ per $t \geq 0$ e $v(0) = v'(0) = 3$ , ove $\sigma$ è un parametro reale. Allora la sua soluzione globale è $\boxed{\text{a}}$ monotona ma non limitata per ogni $\sigma \neq 0$ ; $\boxed{\text{b}}$ limitata per almeno un $\sigma > 0$ ; ■ non monotona e limitata se $\sigma < 0$ ; $\boxed{\text{d}}$ limitata se e solo se $\sigma \leq 0$ .

**6.** Sia $B = \{(x,y) \in [0,+\infty)^2 : (x^2/9) + (y^2/4) \leq 1\}$ . Allora l'integrale $\int_B x\, dx\, dy$ vale ■ $6$ ; $\boxed{\text{b}}$ $4$ ; $\boxed{\text{c}}$ $3$ ; $\boxed{\text{d}}$ $2$ .

• **7. Matematici:** Siano $\Omega \subseteq (0,+\infty)^3$ aperto, $\alpha \in \mathbb{R}$ e $\omega : \Omega \to (\mathbb{R}^3)^*$ data da $\omega(x,y,z) = z(x^2+z^2)^{-1}\, dx + \alpha \ln y\, dy - x(x^2+z^2)^{-1}\, dz$ . Allora $\omega$ è ■ esatta in $\Omega$ per ogni $\alpha$ ; $\boxed{\text{b}}$ chiusa in $\Omega$ se e solo se $\alpha = 0$ ; $\boxed{\text{c}}$ chiusa ma non esatta in $\Omega$ se $\Omega = (0,+\infty)^3 \setminus \{(1,1,1)\}$ e $\alpha = 0$ ; $\boxed{\text{d}}$ esatta in $\Omega$ per $\alpha = 0$ se e solo se $\Omega$ è sempl. connesso.

**8.** Sia $f : [-4,4]^3 \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y,z) = 5(x^2+y^2) - 12(x+y) + 2xy + z$ . Allora $f$ $\boxed{\text{a}}$ non ha minimo e $\inf f = -15$ ; $\boxed{\text{b}}$ ha minimo e $\min f = -14$ ; ■ ha minimo e $\min f = -16$ ; $\boxed{\text{d}}$ ha minimo e $\min f = -15$ .

**9.** Se $\sinh \ln(1+x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + o(x^3)$ per $x \to 0$ , allora $c$ vale $\boxed{\text{a}}$ $1/2$ ; ■ $-1/2$ ; $\boxed{\text{c}}$ $1$ ; $\boxed{\text{d}}$ $-1$ .

**10.** Sia $u$ la soluzione massimale del problema di Cauchy *in avanti* $u'(t) = u^6(t)(3-u(t))^5$ e $u(0) = 2$ . Allora $u$ è $\boxed{\text{a}}$ non globale e non limitata; ■ globale e non decrescente; $\boxed{\text{c}}$ limitata e non globale; $\boxed{\text{d}}$ globale e non limitata.

---

**spazio riservato alla commissione**