

Analisi Matematica 2

Prova scritta 27/01/12	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---------------------------------------------	--------------------------------------------	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. Sia $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ limitata. Allora vale l'uguaglianza $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in \mathbb{R}} |\varphi(x+n^{-1}) - \varphi(x)| = 0$
 a se e solo se φ è continua; b se φ è uniformemente continua; c se e solo se φ è lipschitziana; d se φ è di classe C^1 .
2. Siano $C = \{y \in [0, 1]^2 : y_2 = y_1^4\}$ e $G : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $G(x) = \int_C \exp(-x|y|^5) ds(y)$. Allora G è a crescente e convessa; b decrescente e convessa; c crescente e concava; d decrescente e concava.
3. Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^1 \ln(1 + xy^5) dy$ vale a 1/5; b 1/6; c 1/3; d 1/4.
- 4. **Fisici:** Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^∞ e $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $F(x) = f(x+1) - f(x-1)$. Allora F è a convessa se f è convessa; b monotona se f è monotona; c monotona se f è convessa; d convessa se f è monotona.
5. Si consideri il problema di Cauchy in avanti $v''(t) - \sigma v'(t) + \sigma^2 v(t) = 3$ per $t \geq 0$ e $v(0) = v'(0) = 3$, ove σ è un parametro reale. Allora la sua soluzione globale è a monotona ma non limitata per ogni $\sigma \neq 0$; b limitata per almeno un $\sigma > 0$; c non monotona e limitata se $\sigma < 0$; d limitata se e solo se $\sigma \leq 0$.
6. Sia $B = \{(x, y) \in [0, +\infty)^2 : (x^2/9) + (y^2/4) \leq 1\}$. Allora l'integrale $\int_B x dx dy$ vale a 6; b 4; c 3; d 2.
- 7. **Fisici:** Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{-3} \ln(1 + \cosh(3x^3))$ vale a 3; b 2; c 1; d 4.
8. Sia $f : [-4, 4]^3 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y, z) = 5(x^2 + y^2) - 12(x + y) + 2xy + z$. Allora f a non ha minimo e $\inf f = -15$; b ha minimo e $\min f = -14$; c ha minimo e $\min f = -16$; d ha minimo e $\min f = -15$.
9. Se $\sinh \ln(1+x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + o(x^3)$ per $x \rightarrow 0$, allora c vale a 1/2; b -1/2; c 1; d -1.
10. Sia u la soluzione massimale del problema di Cauchy in avanti $u'(t) = u^6(t)(3 - u(t))^5$ e $u(0) = 2$. Allora u è a non globale e non limitata; b globale e non decrescente; c limitata e non globale; d globale e non limitata.

spazio riservato alla commissione