Analisi Matematica 2

Prova scritta **27/01/12**	**Cognome e nome (stampatello chiaro)**	**C.L. (Mat/Fis)**

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 ,** **Bianca = 0 ,** **Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ limitata. Allora vale l'uguaglianza $\lim_{n\to\infty} \sup_{x\in\mathbb{R}} |\varphi(x+n^{-1}) - \varphi(x)| = 0$ $\boxed{\text{a}}$ se e solo se φ è continua; $\boxed{\text{b}}$ se φ è uniformemente continua; $\boxed{\text{c}}$ se e solo se φ è lipschitziana; $\boxed{\text{d}}$ se φ è di classe C^1 .

2. Siano $C = \{y \in [0,1]^2 \colon y_2 = y_1^4\}$ e $G : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $G(x) = \int_C \exp(-x|y|^5)\, ds(y)$. Allora G è $\boxed{\text{a}}$ crescente e convessa; $\boxed{\text{b}}$ decrescente e convessa; $\boxed{\text{c}}$ crescente e concava; $\boxed{\text{d}}$ decrescente e concava.

3. Il limite $\lim_{x\to 0} \frac{1}{x} \int_0^1 \ln(1+xy^5)\, dy$ vale $\boxed{\text{a}}$ $1/5$; $\boxed{\text{b}}$ $1/6$; $\boxed{\text{c}}$ $1/3$; $\boxed{\text{d}}$ $1/4$.

• **4.** **Fisici:** Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ e $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $F(x) = f(x+1) - f(x-1)$. Allora F è $\boxed{\text{a}}$ convessa se f è convessa; $\boxed{\text{b}}$ monotona se f è monotona; $\boxed{\text{c}}$ monotona se f è convessa; $\boxed{\text{d}}$ convessa se f è monotona.

5. Si consideri il problema di Cauchy in avanti $v''(t) - \sigma v'(t) + \sigma^2 v(t) = 3$ per $t \geq 0$ e $v(0) = v'(0) = 3$, ove σ è un parametro reale. Allora la sua soluzione globale è $\boxed{\text{a}}$ monotona ma non limitata per ogni $\sigma \neq 0$; $\boxed{\text{b}}$ limitata per almeno un $\sigma > 0$; $\boxed{\text{c}}$ non monotona e limitata se $\sigma < 0$; $\boxed{\text{d}}$ limitata se e solo se $\sigma \leq 0$.

6. Sia $B = \{(x,y) \in [0,+\infty)^2 : (x^2/9) + (y^2/4) \leq 1\}$. Allora l'integrale $\int_B x\, dx\, dy$ vale $\boxed{\text{a}}$ 6 ; $\boxed{\text{b}}$ 4 ; $\boxed{\text{c}}$ 3 ; $\boxed{\text{d}}$ 2 .

• **7.** **Fisici:** Il limite $\lim_{x\to+\infty} x^{-3} \ln\bigl(1+\cosh(3x^3)\bigr)$ vale $\boxed{\text{a}}$ 3 ; $\boxed{\text{b}}$ 2 ; $\boxed{\text{c}}$ 1 ; $\boxed{\text{d}}$ 4 .

8. Sia $f : [-4,4]^3 \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y,z) = 5(x^2+y^2) - 12(x+y) + 2xy + z$. Allora f $\boxed{\text{a}}$ non ha minimo e $\inf f = -15$; $\boxed{\text{b}}$ ha minimo e $\min f = -14$; $\boxed{\text{c}}$ ha minimo e $\min f = -16$; $\boxed{\text{d}}$ ha minimo e $\min f = -15$.

9. Se $\sinh \ln(1+x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + o(x^3)$ per $x \to 0$, allora c vale $\boxed{\text{a}}$ $1/2$; $\boxed{\text{b}}$ $-1/2$; $\boxed{\text{c}}$ 1 ; $\boxed{\text{d}}$ -1 .

10. Sia u la soluzione massimale del problema di Cauchy *in avanti* $u'(t) = u^6(t)(3-u(t))^5$ e $u(0) = 2$. Allora u è $\boxed{\text{a}}$ non globale e non limitata; $\boxed{\text{b}}$ globale e non decrescente; $\boxed{\text{c}}$ limitata e non globale; $\boxed{\text{d}}$ globale e non limitata.

---

spazio riservato alla commissione